

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛАРУСИ
Объединенный институт машиностроения

С. Г. Сандомирский

**РАСЧЕТ И АНАЛИЗ
РАЗМАГНИЧИВАЮЩЕГО
ФАКТОРА
ФЕРРОМАГНИТНЫХ ТЕЛ**



Минск
«Беларуская навука»
2015

2015
8758 УДК 537.622.6

Сандомирский, С. Г. Расчет и анализ размагничивающего фактора ферромагнитных тел / С. Г. Сандомирский. – Минск : Беларуская навука, 2015. – 243 с. – ISBN 978-985-08-1862-1.

В монографии обобщены физические принципы использования понятия «размагничивающий фактор» в расчетах процесса и результата намагничивания ферромагнитного тела. Построена логическая цепочка от классических расчетов размагничивающего фактора эллипсоидов к интерполяционным формулам для расчета коэффициентов размагничивания неоднородно намагничиваемых тел. Обоснованы и разработаны формулы для расчета размагничивающего фактора изделий разной формы в разных условиях намагничивания. Показана эффективность их использования при решении задач магнитного структурного анализа и магнитных измерений.

Рассчитана на научных сотрудников, инженеров, аспирантов и студентов, занимающихся магнитными измерениями, разработкой и применением электротехнических устройств, методов и средств магнитной дефектоскопии и магнитного структурного анализа.

Табл. 19. Ил. 82. Библиогр.: 244 назв.

Рецензенты:

доктор физико-математических наук М. А. Князев,
кандидат технических наук А. М. Гоман

B37
И с 181

92 $\frac{8}{2015}$ +

ГПНТБ СО РАН
Гос. Высш. Теч.-техн.
Библиотека

02

ISBN 978-985-08-1862-1

© Сандомирский С. Г., 2015
© Оформление. РУП «Издательский дом
«Беларуская навука», 2015

ПРЕДИСЛОВИЕ

Существование материалов с ферромагнитными свойствами (железа, сплавов на его основе, ферритов) – подарок Природы Человечеству. Их намагниченность M в магнитном поле H изменяется нелинейным и неоднозначным образом, а магнитная проницаемость μ многократно превосходит значение «1», к которому близка μ диамагнитных и парамагнитных материалов. Это – один из факторов, предопределивших технический прогресс. На использовании этого физического явления основана наука «Электротехника», связанная с ней промышленность и повседневная жизнь каждого человека.

О физической природе ферромагнетизма достаточно сказано и до этой книги [1–12]. Многочисленны и аналитические описания намагничивания ферромагнетиков [13–21]. Но намагничивание изделия (тела) из ферромагнитного материала принципиально (и качественно, и количественно) отличается от намагничивания материала (рис. 1) [20–22].

Физическая причина этого – существование границы раздела между областями, занятыми ферромагнитным материалом и свободными от него. На этой границе формируются так называемые магнитные заряды, которые радикально изменяют магнитное поле, действующее на материал, сосредоточенный в теле.

Для описания процесса и результата намагничивания таких объектов в технических устройствах учеными (выделим Дж. К. Максвелла [25, 26] и В. К. Аркадьева [27]) в конце XIX в. введено понятие размагничивающего фактора N ферромагнитного тела – отношения размагничивающего магнитного поля в намагниченном теле к намагниченности этого тела [28]. Введение N упростило расчеты намагничивания ферромагнитных тел, обеспечило простоту и наглядность их результатов.

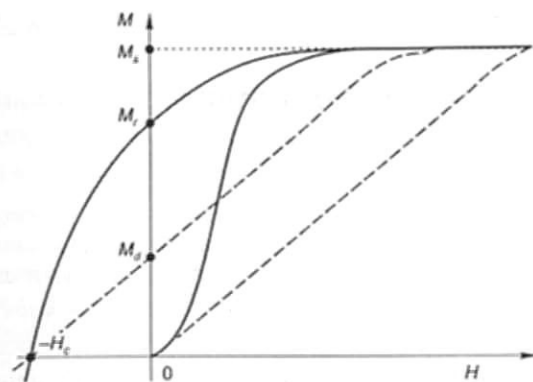


Рис. 1. Основная кривая намагничивания и предельная петля гистерезиса ферромагнитного материала (сплошные линии) и тела из этого материала (пунктир)

Но точный расчет N возможен только для однородно намагниченных тел — эллипсоидов [22–30], частным случаем которых являются эллипсоид вращения и шар. Большинство же промышленных и электротехнических изделий имеют форму, отличную от эллипсоидальной. В процессе своей работы такие изделия намагничиваются неоднородно. Так, физической моделью многих электротехнических и промышленных изделий (сердечников феррозондов и измерительных трансформаторов, индукционных датчиков, постоянных магнитов, магнитных экранов, роликов и колец подшипников, осей, муфт и других изделий при магнитном контроле их качества) служат сплошной и полый цилиндр, стержень произвольного профиля сечения, пластина из материала с большой или малой магнитной восприимчивостью, находящиеся в однородном магнитном поле. При этом направление магнитного поля относительно намагничиваемого тела может быть разным. Несмотря на сложность задачи расчета N таких изделий, в настоящее время она благодаря работе многих авторов может быть решена с достаточной для практики точностью с использованием аппроксимирующих формул. Вклад в решение этих задач [31–43] и в использование результатов расчета N тел разной формы в магнитных измерениях и магнитном структурном анализе [44–57] внес и автор этой книги.

В монографиях и учебниках [1–12, 20, 58–75], обобщающих исследования по измерениям и использованию магнитных свойств ферромагнитных материалов, важному для практики вопросу намагничивания ферромагнитного тела уделено не много внимания. Формулы для расчета N тел разных форм не приведены. Основополагающие работы [22–27] по введению и применению понятия «размагничивающий фактор» не используют действующую систему СИ и не учитывают современное состояние вопроса. Ситуация для разработчиков осложнена и тем, что результаты расчетов размагничивающего фактора разобщены. В некоторых статьях получены усложненные, неточные и физически неверные искусственные формулы, не позволяющие рекомендовать их для расчетов. Ряд измерений магнитных параметров сталей в открытой магнитной цепи выполнен с методическими ошибками, тиражированными в справочной литературе.

Казалось, развитие вычислительной техники сделает несложным расчет намагничивания ферромагнитного тела, распределения намагниченности в нем и поля в окружающем пространстве. Исследователи стали использовать разбиение тела на дискретные области, задание их магнитных свойств, граничных условий и численное решение уравнений Максвелла с учетом влияния этих областей друг на друга [76–78]. Появилось мнение, что «...в настоящее время используются более точные компьютерные методы анализа магнитных полей», чем понятие «размагничивающий фактор» и оценка его величины по аппроксимирующим формулам. Но действительность не оправдала этих надежд. Конечно, при правильном физическом подходе, обоснованности допущений «компьютерные методы» являются подспорьем для физических расчетов при решении задач намагничивания изделий сложной формы. Но неизбежные неточности используемых для расчета данных о магнитных свойствах материала и о граничных условиях, обилие не обоснованных допущений в методиках «непосредственного расчета» сводят на нет его достоинства. Погрешности в исходных данных не просто преумножаются, а приводят к физически неверным результатам. Примеров — множество. Они рассмотрены во многих из моих статей [31–57]. Вы их встретите и на страницах этой книги.

Напротив – разработанные формулы для расчета размагничивающего фактора ферромагнитных тел основаны на физических представлениях о формировании размагничивающего поля и его действии на материал, апробированы и экспериментально обоснованы. Результаты этих исследований дополнены и систематизированы в этой книге.

Ее цель – обобщение физических принципов использования понятия «размагничивающий фактор» в расчетах процесса и результата намагничивания ферромагнитного тела, разработка рекомендаций по применению формул для расчета размагничивающего фактора изделий разной формы в разных условиях намагничивания.

Учитывая ограниченный объем публикации, автор не анализирует историю методов расчета размагничивающего фактора тел разной формы (ее можно проследить по датам приоритетных публикаций). Сведения о магнитных свойствах материалов представлены в сжатом виде, полагаясь на знакомство с вузовским курсом физики. Уделено внимание определениям использованных магнитных характеристик и состояний, физическим основам использования понятия «размагничивающий фактор» для описания процесса и результата намагничивания тел из ферромагнитных материалов. Для соблюдения единства обозначений, сокращения объема и облегчения восприятия книги автор, как правило, не воспроизводит те из анализируемых формул, которые не рекомендованы к использованию, а дает ссылку на источник информации и результаты анализа.

Книга поможет ученым и инженерам, занимающимся магнитными измерениями, разработкой и применением электротехнических устройств, методов и средств магнитной дефектоскопии и магнитного структурного анализа, самим определять размагничивающий фактор изделий и на этой основе оптимизировать режимы их намагничивания, измерять наиболее чувствительный к структуре параметр. Она полезна для аспирантов и студентов физических и технических специальностей как пример применения интерполяционного метода для решения физических и технических задач.

ВВЕДЕНИЕ

Определения магнитных параметров и магнитных состояний ферромагнитных материалов и тел

Для определения физических величин, используемых при анализе (это параметры магнитного поля и магнитные свойства вещества) используем формулировки [2, 8, 25, 79–82]. Большинство определений дано ведущими учеными в области физики магнитных явлений: Р. И. Янусом и С. В. Вонсовским в [81, 82]. Воспроизведем их в сжатом виде, необходимом для рассмотрения вопросов, решенных в монографии.

Магнитный момент \vec{P}_m – основная величина, характеризующая магнитные свойства вещества. Согласно классической теории электромагнитных явлений источником магнитного момента являются макро- и микро- (атомные) электрические токи. По определению замкнутый контур площадью S , охватываемый током I , будет иметь магнитный момент (рис. 2):

$$\vec{P}_m = I \vec{S}, \quad (B.1)$$

где \vec{S} – вектор, численно равный площади, охватываемой контуром, и направленный по нормали к плоскости контура так, чтобы из конца вектора \vec{P}_m ток казался протекающим против часовой стрелки (рис. 2).

Магнитное поле – силовое поле, действующее на движущиеся электрические заряды и намагниченные тела, обладающие магнитным моментом (не зависимо от состояния их движения). Источниками макроскопического магнитного поля являются намагниченные тела, проводники с током и движущиеся электрически заряженные тела. Природа этих источников едина: магнитное поле возникает в результате движения заряженных микрочастиц

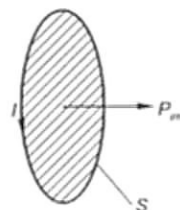


Рис. 2. Магнитный момент замкнутого тока

(электронов, протонов, ионов), а также благодаря наличию у микрочастиц собственного (спинового) магнитного момента.

Магнитное поле характеризуется вектором **магнитной индукции** \vec{B} . Значение \vec{B} определяет силу, действующую в данной точке поля на движущийся электрический заряд и на тела, имеющие магнитный момент. \vec{B} представляет собой среднее значение суммарной напряженности микроскопических магнитных полей, созданных отдельными электронами и другими элементарными частицами.

Магнитная индукция \vec{B} определяет среднее макроскопическое магнитное поле, создаваемое в данной точке пространства как токами проводимости (движением свободных носителей зарядов), так и имеющимися намагниченными телами.

В Международной системе единиц (СИ) вектор \vec{B} численно равен пределу отношения силы F , действующей со стороны магнитного поля на элемент проводника с электрическим током I , к произведению тока и длины dl элемента проводника, если длина этого элемента стремится к нулю, а элемент так расположен в поле, что этот предел имеет наибольшее значение:

$$B = \lim_{dl \rightarrow 0} \frac{1}{I} (dF/dl)_{\max}. \quad (\text{B.2})$$

Вектор \vec{B} направлен перпендикулярно к направлению элемента проводника, удовлетворяющему указанному выше условию, и к направлению силы, действующей на этот элемент со стороны магнитного поля, причем из конца вектора \vec{B} вращение по кратчайшему расстоянию от направления силы к направлению тока в элементе проводника должно быть видно происходящим против часовой стрелки.

Силовые линии – воображаемые линии, которые проводят для изображения какого-либо силового поля (электрического, гравитационного, магнитного). Силовые линии располагаются так, что касательные к ним в каждой точке пространства совпадают по направлению с вектором, характеризующим данное поле (напряженностью магнитного поля, магнитной индукцией). Так как напряженности полей и магнитная индукция – однозначные

функции координат точки пространства, то через каждую точку может проходить только одна силовая линия. Густоту силовых линий выбирают так, чтобы число силовых линий, проходящих через единичную площадку, перпендикулярную к силовой линии, было пропорционально напряженности поля (или магнитной индукции на этой площадке). Таким образом, силовые линии дают наглядную картину распределения поля в пространстве: густота силовых линий и их направление характеризуют величину или направление вектора напряженности поля или индукции. Силовые линии электростатического поля всегда не замкнуты: они начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных или уходят на бесконечность. Силовые линии вектора магнитной индукции всегда замкнуты, т. е. магнитное поле является вихревым.

Намагниченность \vec{M} – векторная сумма магнитных моментов атомов (молекул), находящихся в единице объема:

$$\vec{M} = \lim_{V \rightarrow 0} \left(\frac{1}{V} \sum_{i=1}^K \vec{P}_{mi} \right), \quad (\text{B.3})$$

где K – число частиц, содержащихся в объеме V магнетика; \vec{P}_{mi} – магнитный момент i -й молекулы (атома).

Для объема $V \rightarrow 0$ характерно то, что он еще велик по сравнению с атомными неоднородностями среды, но уже настолько мал, что даже значительные изменения его существенно не сказываются на величине \vec{M} .

Намагниченность называется однородной в пределах рассматриваемого объема, если в каждой его точке \vec{M} имеет одну и ту же величину и направление.

Магнитное поле, созданное токами проводимости и не зависящее от магнитных свойств присутствующего вещества, характеризуется вектором **напряженности магнитного поля** \vec{H} . В системе СИ:

$$\vec{H} = (\vec{B}/\mu_0) - \vec{M}, \quad (\text{B.4})$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная (магнитная проницаемость вакуума).

Формулу (В.4) часто записывают в виде

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}). \quad (\text{В.5})$$

Магнитная проницаемость μ – физическая величина, характеризующая изменение магнитной индукции \vec{B} среды при воздействии магнитного поля \vec{H} . У изотропных сред

$$\mu = B/(\mu_0 H). \quad (\text{В.6})$$

Магнитная восприимчивость χ – величина, характеризующая связь намагниченности вещества с магнитным полем в этом веществе. Магнитная восприимчивость в статических полях равна отношению намагниченности M вещества к напряженности H намагничивающего поля:

$$\chi = M/H, \quad (\text{В.7})$$

χ – величина безразмерная. С магнитной проницаемостью μ в статических полях она связана соотношением (в системе СИ):

$$\mu = 1 + \chi. \quad (\text{В.8})$$

Размагничивающее магнитное поле H_b – поле внутри намагниченного тела (body), действие которого уменьшает его намагниченность M . В узком смысле H_b – поле, источником которого является намагниченность M самого данного тела.

Для определения магнитных свойств, процессов, состояний и характеристик материалов воспользуемся и формулировками [83], представленными в табл. 1.

Краткое определение понятия «**размагничивающий фактор**» (коэффициент размагничивания) N – отношение размагничивающего магнитного поля в намагниченном теле к намагниченности M этого тела – приведено в предисловии. Учитывая важность вопроса для этой книги и неоднозначность трактовки этого понятия в разных источниках, воспользуемся определением И. И. Кифера [84, 24] (во введенных обозначениях):

«Размагничивающий фактор (размагничивания коэффициент). При намагничивании во внешнем поле образца или детали из ферромагнитного материала разомкнутой формы (например,

Таблица 1. Термины и определения магнитных параметров и характеристик по [83]

Термин (его обозначение)	№ в [83]	Определение свойства, состояния, процесса или характеристики по [83]
Ферромагнетик	3	Кристаллическое вещество, в котором магнитные моменты атомов или ионов находятся в состоянии самопроизвольного магнитного упорядочения, причем результирующие магнитные моменты каждого из доменов отличны от нуля
Ферримагнетик	5	Кристаллическое вещество, магнитную структуру которого можно представить в виде двух или более подрешеток, магнитные моменты атомов или ионов которых находятся в состоянии самопроизвольного магнитного упорядочения, причем результирующие магнитные моменты каждого из доменов отличны от нуля
Магнитный материал	6	Материал, обладающий свойствами ферромагнетика или ферримагнетика
Внутреннее эффективное магнитное поле $\{H_i\}$	14	Поле сил, действующих на моменты электронов, определяющих магнитное состояние вещества, и зависящее от внешнего магнитного поля, обменного взаимодействия, магнитной анизотропии и размагничивающих полей
Точка Кюри	15	Критическая температура, выше которой ферромагнетик (ферримагнетик) становится парамагнетиком
Магнитомягкий (магнитотвердый) материал	18, 19	Магнитный материал с коэрцитивной силой по индукции не более (не менее) 4 кА/м
Намагничивание (размагничивание)	20, 21	Процесс, в результате которого под воздействием внешнего магнитного поля возрастает (уменьшается) намагниченность магнитного материала
Перемагничивание	22	Процесс, в результате которого под воздействием внешнего магнитного поля направление вектора намагниченности магнитного материала меняется на противоположное
Размагниченное состояние	23	Состояние магнитного материала, при котором значение его намагниченности равно нулю
Динамически размагниченное состояние	24	Размагниченное состояние, полученное при помощи внешнего знакопеременного периодического магнитного поля, амплитуда напряженности которого уменьшается от значения, соответствующего намагниченности технического насыщения, до нуля

Термин (его обозначение)	№ в [83]	Определение свойства, состояния, процесса или характеристики по [83]
Статически размагниченное состояние	25	Размагниченное состояние, полученное при помощи внешнего равномерно меняющегося магнитного поля, которое приводит намагниченность магнитного материала к такому значению, что при удалении поля она становится равной нулю
Термически размагниченное состояние	26	Размагниченное состояние, полученное повышением температуры материала выше точки Кюри и последующем охлаждении его при отсутствии внешнего магнитного поля
Магнитный гистерезис	27	Неоднозначная зависимость магнитной индукции (намагниченности) магнитного материала от напряженности внешнего магнитного поля при его квазистатическом изменении
Петля магнитного гистерезиса по индукции (намагниченности)	28, 29	Замкнутая кривая, выражающая зависимость магнитной индукции (намагниченности) материала от амплитуды напряженности магнитного поля при периодическом достаточно медленном изменении последнего
Симметричная петля магнитного гистерезиса	31	Петля магнитного гистерезиса, полученная при циклическом изменении напряженности магнитного поля между равными по абсолютному значению максимальной и минимальной напряженностями и симметричная относительно начала координат
Предельная петля магнитного гистерезиса	33	Симметричная петля магнитного гистерезиса, максимальное значение намагниченности которой соответствует намагниченности технического насыщения
Начальная кривая намагничивания по индукции (намагниченности)	34, 35	Кривая, выражающая зависимость магнитной индукции (намагниченности) от напряженности магнитного поля в процессе намагничивания предварительно термически размагниченного магнитного материала при последовательном возрастании намагничивающего поля
Основная кривая намагничивания	36	Кривая, представляющая собой геометрическое место вершин симметричных петель магнитного гистерезиса, которые получают при последовательно возрастающих максимальных значениях напряженности магнитного поля

Термин (его обозначение)	№ в [83]	Определение свойства, состояния, процесса или характеристики по [83]
Безгистерезисная кривая намагничивания	37	Кривая, выражающая зависимость намагниченности от напряженности постоянного магнитного поля при намагничивании термически размагниченного магнитного материала постоянным магнитным полем с последовательно возрастающей напряженностью. Примечание. При каждом значении напряженности этого поля на материал действует знакопеременное магнитное поле, амплитуда которого постепенно уменьшается от значения, обеспечивающего намагниченность технического насыщения материала, до нуля
Кривая размагничивания по индукции (намагниченности)	38, 39	Часть нисходящей ветви петли магнитного гистерезиса по индукции (намагниченности), для которой равно нулю значение напряженности магнитного поля, и точкой, для которой равно нулю значение магнитной индукции (намагниченности)
Намагниченность технического насыщения $\{M_s\}$	41	Намагниченность магнитного материала, подвергнутого воздействию такого внешнего магнитного поля, при увеличении напряженности которого намагниченность не может быть существенно повышена
Остаточная намагниченность $\{M_r\}$ (индукция $\{B_r\}$)	43, 45	Намагниченность (индукция), сохраняющаяся в магнитном материале, после намагничивания его до намагниченности технического насыщения и уменьшения напряженности магнитного поля в нем до нуля
Козрцитивная сила по индукции $\{H_H\}$	46	Величина, равная напряженности магнитного поля, необходимого для изменения магнитной индукции от остаточной индукции до нуля
Козрцитивная сила по намагниченности $\{H_c\}$	47	Величина, равная напряженности магнитного поля, необходимого для изменения намагниченности от остаточной намагниченности до нуля
Релаксационная козрцитивная сила $\{H_s\}$	48	Величина, равная напряженности магнитного поля, необходимого для приведения магнитного материала с остаточной намагниченностью в статически размагниченное состояние
Остаточный магнитный поток	87	Магнитный поток в образце из магнитного материала с остаточной намагниченностью

цилиндра) на его краях образуются магнитные полюсы, создающие внутри образца магнитное поле обратного по отношению к внешнему полю направления. Размагничивающее поле полюсов образца H_b пропорционально его намагниченности M и равно:

$$H_b = NM. \quad (B.9)$$

Коэффициент N , связывающий напряженность собственного поля образца и его намагниченность, называется Р. ф. или коэффициентом размагничивания. Если образец находится во внешнем магнитном поле напряженностью H_e , то истинная напряженность H_i поля в образце равна:

$$H_i = H_e - NM. \quad (B.10)$$

Р. ф. может быть точно рассчитан только для эллипсоидов вращения, которые имеют однородную намагниченность (в частности, для шара $N = 1/3$, для очень тонкой пластинки $N = 1$, для бесконечно длинного цилиндра в поперечном поле $N = 1/2$). Для некоторых образцов простой формы Р. ф. рассчитывается по эмпирическим формулам, в большинстве случаев Р. ф. определяется экспериментально).

К этому определению добавим примечание А. С. Ермоленко из [28]:

«В практике магнитных измерений различают магнитометрический и баллистический Р. ф. Первый применяется при измерении усредненной по объему всего тела намагниченности \bar{M} . Второй используется при баллистическом методе измерения намагниченности, когда определяется среднее по поперечному сечению в центральной части образца значение намагниченности. В силу однородности намагниченности для эллипсоида нет различия между этими Р. ф. В случае тел др. формы (напр., призм, цилиндров) обычно магнитометрический Р. ф. больше баллистического, причем оба зависят от магнитных свойств материала и характера распределения локальных значений намагниченности в образце. Для тел не эллипсоидальной формы Р. ф. сложным образом зависит не только от формы, но и от магнитных свойств материала, распределения намагниченности в образце и координат

точки наблюдения. Эмпирические значения Р. ф. для тел разной формы (обычно цилиндров) приводятся в виде таблиц или графиков. При использовании приводимых в справочниках значений Р. ф. следует учитывать, для каких материалов и при каких условиях измерений они были определены».

Обратим внимание на ошибки в определениях размагничивающего фактора, встречающихся в справочной литературе. В них приходится сталкиваться с мнением, что размагничивающий фактор тела определяется только его формой. Это верно только для однородно намагниченных тел – эллипсоидов. Вторая характерная ошибка – в перепутывании систем измерения, в которых приводятся численные значения размагничивающего фактора тел разной формы. В не используемой в настоящее время Гауссовой системе измерения величина N превышает значение N в системе СИ в 4π раз.

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАЗМАГНИЧИВАЮЩЕГО ФАКТОРА ФЕРРОМАГНИТНЫХ ТЕЛ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИХ НАМАГНИЧЕННОСТИ

При магнитных измерениях возникает необходимость определения свойств изделий, из которых нельзя изготовить кольцевой образец или образец, пригодный для измерения в замкнутой магнитной цепи [85]. В связи с этим важно определение свойств материалов в разомкнутой магнитной цепи. При этом, учитывая формирование (В.10) внутреннего поля H_i в ферромагнитном теле, надо знать его размагничивающий фактор N .

Размагничивающий фактор (коэффициент размагничивания) N зависит от формы тела и может быть рассчитан математически точно только для однородно намагниченных тел – эллипсоидов, частными случаями которых являются эллипсоид вращения и шар (рис. 3, а). Распространенными в магнитных измерениях являются образцы в форме цилиндрического стержня (рис. 3, б), пластины, стержня многоугольного, квадратного или прямоугольного сечения (сплошного или набранного из отдельных пластин). Вследствие неоднородного намагничивания (рис. 3, б),

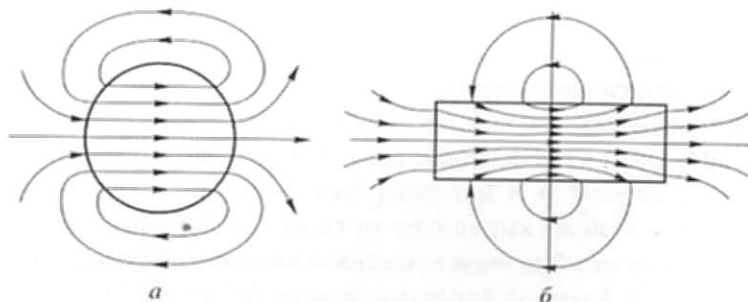


Рис. 3. Силовые линии магнитной индукции в шаре (а) и цилиндре (б) из ферромагнитного материала в магнитном поле

N таких образцов зависит не только от формы, но и от напряженности намагничивающего поля и магнитной восприимчивости материала. Расчет коэффициента размагничивания этих образцов затруднен тем, что закон распределения намагниченности в них неизвестен. В таких случаях прибегают к экспериментальному определению коэффициентов размагничивания.

1.1. Методики и погрешности экспериментального определения размагничивающего фактора

Для определения N ферромагнитных стержней **способом сопоставления с замкнутой магнитной цепью** достаточно определить магнитную проницаемость μ_b тела (body), магнитную проницаемость μ материала и произвести расчет N по формуле [22]:

$$N = \frac{1}{\mu - 1} \left(\frac{\mu}{\mu_b} - 1 \right). \quad (1.1)$$

Большинство работ по определению коэффициента размагничивания стержней основано на этом способе. Магнитную проницаемость μ материала определяют по измерениям на эллипсоидах или тороидах, изготовленных из тех же материалов, что и стержни, или путем измерений μ стержней в замкнутой магнитной цепи пермеаметра. Магнитную проницаемость μ_b стержней определяют в однородном поле соленоида.

Инструментальная погрешность определения N таким способом оценена в [86]. Из (1.1), пренебрегая единицей по сравнению с максимальной магнитной проницаемостью μ_m материала стержня, получено:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta \mu_m + \Delta \mu_b}{\mu_m - \mu_b} + \frac{\Delta \mu_m}{\mu_m} + \frac{\Delta \mu_b}{\mu_b}. \quad (1.2)$$

Если при измерении индукционно-баллистическим методом относительные погрешности измерения равны [86]: $\Delta \mu_b / \mu_b = 1,5\%$ и $\Delta \mu_m / \mu_m = 3\%$. То погрешности $\Delta N / N$ составят 8–10% для образцов с $\mu_m > 1000$ и 10–40% для образцов с $\mu_m < 1000$.

Анализ [86] формулы (1.2) показал, что погрешность $\Delta N/N$ уменьшается с уменьшением относительной длины λ стержня, так как при этом увеличивается разность между магнитной проницаемостью материала и образца. С уменьшением μ_m эта разность уменьшается и погрешность $\Delta N/N$ возрастает. На основании этого анализа сделан вывод о нецелесообразности применения способа сопоставления с замкнутой цепью при испытаниях слабомагнитных сталей и стержней с малым N . Для оценки точности других способов измерения N этот способ является опорным. Он позволяет непосредственно сопоставить результаты измерения в разомкнутой и замкнутой магнитных цепях.

Получило распространение и определение коэффициента размагничивания с использованием безгистерезисной кривой намагничивания [86–92]. (В соответствии с [83], часто используемый в научной литературе термин «идеальная кривая намагничивания» является недопустимым.) Этот метод основан на том, что безгистерезисная кривая намагничивания ферромагнитного материала (п. 37 в табл. 1) в замкнутой магнитной цепи почти совпадает с осью ординат (примерно до значений индукции 0,5 Тл [90]). Тогда на том участке (рис. 4) безгистерезисной кривой намагничивания в разомкнутой магнитной цепи, где она прямолинейна, из уравнения

$$H_i = H_e - N(B_{gr}/\mu_0 - H_i) = 0 \quad (1.3)$$

при $H_i = 0$ следует:

$$N = \mu_0 H_e / B_{gr}. \quad (1.4)$$

Безгистерезисная кривая намагничивания определяется двумя способами, отличающимися методом определения индукции [58]. Один из них [90, 91, 93] заключается в том, что образец намагничивают постоянным магнитным полем напряженностью H_1 (рис. 4), соответствующим одной из точек прямолинейного участка безгистерезисной кривой намагничивания, и переменным полем с убывающей до нуля амплитудой. После отключения переменного поля определяют изменение ΔB магнитной индукции. О ΔB судят по отбросу баллистического гальванометра при

быстром изменении напряженности внешнего поля от значения H_1 до значения H_2 в области магнитного насыщения, где безгистерезисная и основная кривые намагничивания совпадают. Измерив баллистическим методом индукцию B_2 в точке совпадения этих кривых, вычисляют значение индукции $B_{gr} = B_2 - \Delta B$. Зная H_e , по формуле (1.4) вычисляют N .

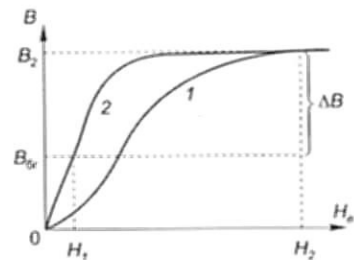


Рис. 4. Основная (1) и безгистерезисная (2) кривые намагничивания ферромагнитного тела

При втором методе определения индукции [92] образец так же намагничивают постоянным и плавно убывающим до нуля переменным магнитными полями. После выключения переменного поля магнитную индукцию, соответствующую постоянному полю H_1 , определяют путем быстрого удаления катушки, соединенной с зажимами баллистического гальванометра (интегрирующего веберметра), или измерением магнитного момента образца с помощью астатического магнитометра.

В [91] обращено внимание на кажущееся увеличение N в области больших намагниченностей, связанное с нелинейностью безгистерезисной кривой намагничивания. Рекомендовано определять N только на линейном ее участке. В [89] определенный таким образом N стальных стержней связан с коэрцитивной силой их материала.

В [86] замечено, что величина N , рассчитанная по формуле (1.4), соответствует суммарному коэффициенту размагничивания, обусловленному не только формой образца — N_s (shape), но и его микро- и макроскопической структурой — N_i (internal):

$$N = N_s + N_i. \quad (1.5)$$

Величину N_i в [86] для исследуемых материалов определяли по намагниченности M_{gr} и соответствующей ей напряженности поля H_i :

$$N_i = H_i / M_{gr}. \quad (1.6)$$

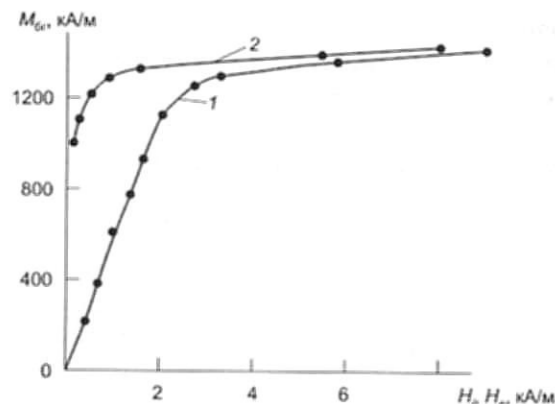


Рис. 5. Безгистерезисные кривые намагничивания цилиндра из стали с $\mu_m = 4150$ с отношением $\lambda = 40$ длины к диаметру, полученные в разомкнутой (1) и замкнутой (2) магнитных цепях

Безгистерезисная кривая была получена для исследуемых материалов в замкнутой магнитной цепи на тороидах и на стержнях, замкнутых ярмом пермеаметра.

На рис. 5 приведены безгистерезисные кривые, полученные в [86] в разомкнутой $M_{0r} = M_{0r}(H_e)$ и замкнутой $M_{0r} = M_{0r}(H_i)$ магнитных цепях для цилиндрического стержня диаметром 1 см, длиной 40 см из стали с $\mu_{max} = 4150$.

Инструментальная погрешность определения N_s на основании (1.5) равна:

$$\frac{\Delta N_s}{N_s} = \frac{\Delta N + \Delta N_i}{N - N_i}. \quad (1.7)$$

Для исследованных в [86] цилиндров с $\lambda = 40$ при $\Delta N/N = 3\%$, $\Delta N_i/N_i = 15 \div 20\%$ погрешность $\Delta N_s/N_s$ определения N_s составила 3–5% для образцов с максимальной магнитной проницаемостью $\mu_m > 1000$ и 5 ÷ 12% для образцов с $\mu_m < 1000$.

Коэффициенты N размагничивания образцов определяют [51] и исходя из определения (B.10) коэффициента размагничивания:

$$N = (H_e - H_i)/M. \quad (1.8)$$

Или с учетом (B.4) и (B.5):

$$N = \frac{H_e - H_i}{(B/\mu_0) - H_i}. \quad (1.9)$$

Для определения N надо измерить H_e , H_i и M или H_e , H_i и B по методикам [85].

Напряженность H_e внешнего поля может быть подсчитана по постоянной намагничивающей катушки и силе тока в ней. Для определения напряженности H_i внутреннего поля существует несколько методов.

Один из них заключается в определении магнитометрическим или баллистическим методом кривой намагничивания эллипсоида, изготовленного из того же материала, что и исследуемый образец [51]. По кривой намагничивания эллипсоида и его рассчитанному размагничивающему фактору N_3 , на основании (B.10) можно рассчитать напряженность H_i внутреннего поля:

$$H_i = H_e - N_3 M, \quad (1.10)$$

$$H_i = \frac{H_e - N_3(B/\mu_0)}{1 - N_3}. \quad (1.11)$$

По этим данным строят зависимости $M = M(H_i)$ или $B = B(H_i)$. Из измерений с испытуемым образцом известны зависимости $M = M(H_e)$ или $B = B(H_e)$. Используя формулы (1.8) или (1.9), полученные зависимости $M(H_i)$ или $B(H_i)$ для эллипсоида и $M(H_e)$ или $B(H_e)$ для испытуемого образца можно вычислить его N . Но описанный метод сложен, так как для его реализации необходимо изготавливать вспомогательный эллипсоид из материала испытуемого образца. Это не всегда можно осуществить.

Второй способ определения N , известный по [94–96], основан на физическом принципе непрерывности тангенциальной составляющей H_t напряженности магнитного поля на границе раздела областей пространства с различной магнитной проницаемостью. Он заключается в измерении H_t у боковой поверхности образца. На поверхности образца H_t равна его внутреннему полю H_i . Расчет N образцов проводят по формуле (1.8).

Используемый принцип непрерывности H_c справедлив для ограниченных объемов пространства. Поэтому результат определения N тем точнее, чем ближе к поверхности образца измерения H_c . Так как непосредственно на поверхности измерить H_c невозможно, величину H_c находят экстраполяцией на основании измерений H_c на разных расстояниях миниатюрными измерительными преобразователями.

Так, в [97] H_c измерялась датчиком Холла при минимальном расстоянии его центра от поверхности образца 1,2 мм. В [86] для измерений H_c стальных цилиндров диаметром $D = 1$ см и длиной $L = 40$ см применялась аппаратура с преобразователем Холла размером $0,3 \times 0,17 \times 0,015$ мм³. Погрешность преобразователя, обусловленная влиянием поля H_c соленоида, компенсировалась электрическим путем. При этом преобразователем измерялась непосредственно H_c , обусловленная размагничивающим полем образцов. Погрешность определения N рассчитывалась по формуле

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta H_c}{H_c} + \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta \alpha}{\alpha} + \frac{\Delta k}{k}, \quad (1.12)$$

где $\Delta \alpha / \alpha$ – погрешность экстраполяции, не превышающая 1%; $\Delta k / k$ – погрешность компенсации влияния поля соленоида, не превышающая 0,1%. В реальных условиях эксперимента [86] (при $\Delta M / M = 1\%$, $\Delta H_c / H_c = 2\%$) для исследованных цилиндров с $D = 1$ см, $L = 40$ см из сталей с $150 \leq \mu_m \leq 4000$ получено: $\Delta N / N \leq 4\%$. Это – преимущество рассмотренного способа. Условием его реализации является обеспечение расстояния от центра измерительного преобразователя до поверхности образца не более $0,05 D$.

Проведенный в [98] анализ изменения H_c от расстояния до поверхности стальных цилиндров показал, что точное ($\Delta H_c / H_c \approx 1\%$) определение H_c в центральном сечении ферромагнитных цилиндров путем измерения H_c в дальней области на разных расстояниях от боковой поверхности цилиндров с последующей экстраполяцией результатов измерения к поверхности в принципе возможно. Для этого надо проводить измерения не в произвольных точках, а в установленных расчетом или экспериментом. Реализа-

ция этого способа сталкивается с трудностями, обусловленными необходимостью измерений в узких зазорах [99–101], стабилизации этих зазоров, неопределенностью коэффициента экстраполяции, с помощью которого определяется внутреннее поле в образце.

Во многом эти недостатки устранены в способе определения центрального коэффициента N размагничивания ферромагнитных цилиндров с $\lambda \geq 10$ [102, 103]. Для этой цели предложено измерять намагниченность M_0 в центральном сечении цилиндра и намагниченность $M_{\bar{x}_*}$ в его сечении на расстоянии x_* от центра:

$$\bar{x}_* = (2 \ln 2\lambda - 3)^{-0,5}, \quad \bar{x}_* = x_* / 2L. \quad (1.13)$$

Расчет N предложено проводить по формуле:

$$N = \frac{1}{\lambda^2} \left[1 + \frac{M_0 - M_{\bar{x}_*}}{M_0} (2 \ln 2\lambda - 3)^2 \right]. \quad (1.14)$$

Эта методика применима для стержней их материала с большой магнитной проницаемостью. Она осталась не реализованной.

В табл. 2 даны сравнительные результаты определения в [86] размагничивающего фактора (в данном случае – центрального коэффициента размагничивания) N цилиндров ($D = 1$ см, $L = 40$ см) из сталей с разными μ_m исследованными способами.

Таблица 2. Результаты [86] измерения N стальных цилиндров разными способами

№ п/п	μ_m	$N \cdot 10^3$, определенный способом:		
		сравнения с замкнутой цепью	безгистерезисной кривой	измерения H_c
1	4150	1,66	1,74	1,67
2	2300	1,64	1,72	1,65
3	1150	1,62	1,69	1,63
4	425	1,43	1,62	1,43
5	150	1,0	1,43	1,05
6	30	–	–	0,6

Проведенный анализ показал, что измерение N трудоемко и требует использования прецизионной аппаратуры. Результаты измерения N зависят от μ_m материала и способа измерения.

1.2. Определение намагниченности ферромагнитного тела с использованием его размагничивающего фактора

Физическое обоснование методики расчета намагниченности материала ферромагнитного тела с использованием понятия «размагничивающий фактор» дано Дж. Максвеллом [25, 26] и В. К. Аркадьевым [27, 22]. Воспроизведем его в сжатом виде, адаптировав текст к системе СИ и современным обозначениям магнитных параметров.

1.2.1. Теория магнитной поляризации тела. Поляризация эллипсоида

Эллипсоид во всех своих частных случаях – единственное тело, которое в однородном поле поляризуется строго однородно, т. е. так, что каждый элемент объема имеет одну и ту же интенсивность поляризации. Обоснование этого дано Пуассоном. Максвелл, следуя методу Пуассона, показал, что теоретическое определение магнитного потенциала однородно намагниченного тела математически эквивалентно определению гравитационного поля в теле той же формы и однородной плотности.

Пусть (рис. 6) в точке с координатами x, y, z имеется гравитационный потенциал V , обусловленный гравитацией тела однородной плотности ρ произвольной формы. Под ним подразумеваем потенциал, вычисляемый в теории тяготения для сплошных масс.

Тогда магнитный потенциал, создаваемый тем же телом при однородной намагниченности в направлении оси x с интенсивностью $M = \rho$, равен $-(dV/dx)$.

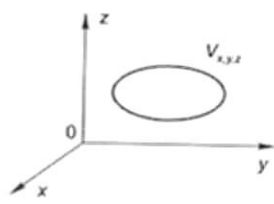


Рис. 6. Гравитационный потенциал эллипсоида

Действительно, значение $-(dV/dx)\delta x$ в произвольной точке есть превышение потенциала V тела над потенциалом V' того же тела, смещенного на расстояние $-\delta x$ в направлении x . Если тело смещено на расстояние $-\delta x$, а его плотность вместо ρ стала $-\rho$ (как будто тело сделано из «отталкивающей» материи вместо

притягивающей), то величина $-(dV/dx)\delta x$ будет потенциалом, создаваемым этими двумя телами.

Рассмотрим элементарный объем δv тела с массой $\rho\delta v$, а также соответствующий объем δv смещенного на расстояние $-\delta x$ тела с массой $-\rho\delta v$. Действие этих двух элементов эквивалентно действию магнита «с мощностью» $\rho\delta v$ и длиной δx . Намагниченность находим делением магнитного момента элемента объема на его объем. Результат равен $\rho\delta x$. Следовательно, магнитный потенциал тела с намагниченностью $\rho\delta x$ в направлении x равен $-(dV/dx)\delta x$, а магнитный потенциал тела с намагниченностью ρ равен $-(dV/dx)$.

Этот потенциал можно рассматривать и с другой точки зрения: тело смещено на расстояние $-\delta x$, и его плотность изменена на $-\rho$. В той области пространства, которая является общей для двух положений тела, плотность равна нулю. Таким образом, создается оболочка из «положительной» материи на одной стороне тела и оболочка из «отрицательной» материи – на другой. Можно считать, что ими и создается результирующий потенциал. Толщина оболочки в точке, где нормаль, проведенная наружу, образует угол ψ с осью x , равна $\delta x \cos(\psi)$. Поэтому при объемной плотности ρ поверхностная плотность равна $\rho\delta x \cos(\psi)$. Если потенциал записан в виде $-(dV/dx)$, то поверхностная плотность окажется равной $\rho \cos(\psi)$.

Таким способом можно найти магнитный потенциал любого тела, однородно намагниченного параллельно данному направлению. Но если эта однородная намагниченность обусловлена магнитной индукцией, то магнитная сила во всех точках внутри тела также должна быть однородной и параллельной.

Эта сила состоит из двух частей: одна связана с внешними источниками, другая – с намагниченностью тела. Поэтому при однородной и параллельной внешней магнитной силе магнитная сила, связанная с намагниченностью, также должна быть однородной и параллельной во всех точках внутри тела. Таким образом, производная dV/dx должна быть внутри тела линейной функцией координат x, y, z . Следовательно, потенциал V должен быть квадратичной функцией этих координат.

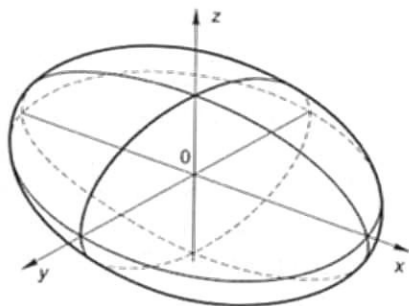


Рис. 7. Трехосный эллипсоид

Но телами, потенциал V внутри которых представляется квадратичной функцией координат, являются только тела, ограниченные полной поверхностью второго порядка. Единственным случаем, когда такое тело обладает ограниченными размерами, является эллипсоид (рис. 7).

Каноническое уравнение эллипсоида в декартовых координатах (x, y, z) :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad (1.15)$$

где a, b, c – полуоси эллипсоида соответственно вдоль осей x, y, z .

1.2.2. Дополнительное поле

Пусть эллипсоид, находящийся в воздухе, одной из своих осей ориентирован в направлении однородного поля H_e (рис. 8, а), которое называется внешним намагничивающим полем, или полем, намагничивающим тело.

Тогда, согласно вводимому способу описания намагничивания ферромагнитного тела, в направлении этого поля на теле появляются наведенные противоположные магнитные массы $+q$ и $-q$, которые своим присутствием вызовут появление нового, дополнительного поля. Направление этого поля будет совпадать с направлением внешнего поля перед телом и позади него и будет направлено против внешнего поля во всем пространстве между массами $+q$ и $-q$.

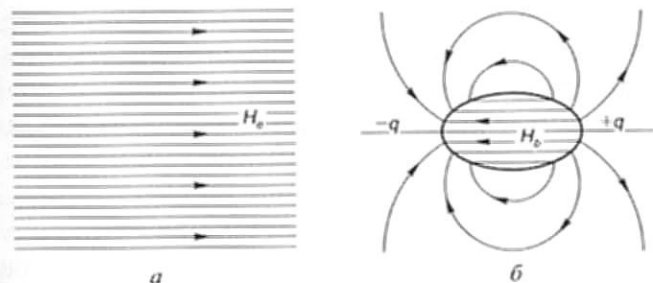


Рис. 8. Однородное поле (а) и поле внутри и вне намагниченного эллипсоида (б)

Если бы тело, будучи вынесенным из поля H , сохранило свою намагниченность, то поле, образованное этой намагниченностью, имело бы вид, представленный на рис. 8, б. Это диаграмма поля, образуемого двумя равными по величине и противоположными по знаку магнитными массами. Когда же намагниченное тело находится в поле H_e (рис. 8, а), то собственное поле тела (рис. 8, б), налагаясь на внешнее, изменяет внешнее поле так, как это показано на рис. 9, а.

Внешнее поле усиливается перед телом и позади него, ослабляется в пространстве между магнитными массами, так как здесь поле тела направлено навстречу внешнему полю. Часто это выражают словами, говоря, что силовые линии поля устремляются в тело с большей проникаемостью, сгущаясь в теле в виде силовых линий индукции (рис. 9, б) и становясь более редкими около тела.

Поле, обусловленное намагниченностью тела и направленное внутри тела обратно внешнему полю H_e , пропорционально

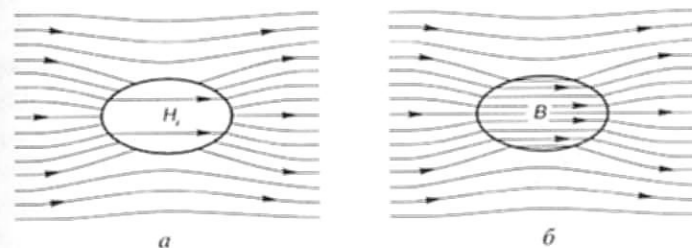


Рис. 9. Намагниченный эллипсоид в поле (а) и линии индукции в эллипсоиде и вне его (б)

намагниченности M тела. Как показано выше, в эллипсоиде размагничивающее поле еще и однородно. Поэтому, обозначая константу пропорциональности N , найдем, что в каждой точке тела действует размагничивающее поле напряженностью H_b , определяемой по (В.9):

$$H_b = NM. \quad (1.16)$$

Связь между намагниченностью и размагничивающим полем линейна (рис. 10).

Тангенс угла β наклона зависимостей $H_b = f(M)$ к оси M равен N :

$$\operatorname{tg} \beta = H_b / M. \quad (1.17)$$

В общем случае поле H_i следует называть дополнительным полем. Чаще его называют «деполяризующим» или «размагничивающим» полем. Он тем меньше, чем дальше одна от другой расположены наведенные магнитные массы, т. е. чем больше «растянутость» тела или его относительная длина λ , представляющая собой отношение длины к поперечным размерам тела.

Пара и ферромагнитные тела, как и их вещество, всегда намагничиваются в направлении внешнего поля H_c . Это значит, что внутри тела созданное им размагничивающее поле H_b по абсо-

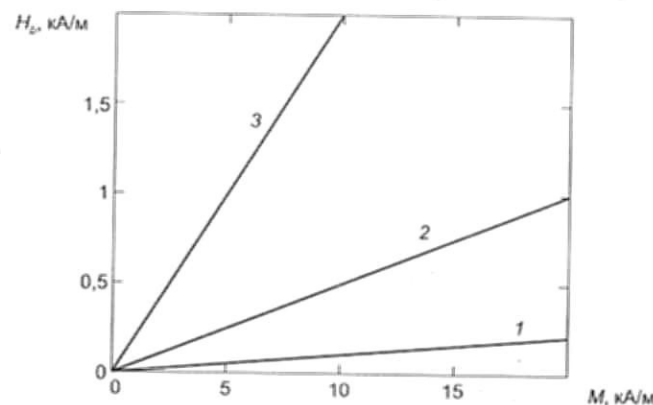


Рис. 10. Зависимость напряженности H_b размагничивающего поля в телах с размагничивающим фактором $N = 0,01$ (1); $0,05$ (2) и $0,2$ (3) от их намагниченности M

лютной величине меньше внешнего поля H_c . Еще меньше оно будет вне тела, в точках пространства, более удаленных от магнитных масс $+q$ и $-q$. Поэтому на рис. 9, а нигде не сохранились обратно направленные силовые линии (рис. 8, б), а у поверхности тела вблизи его центрального сечения мы замечаем только ослабление поля H_c . Так объясняется с точки зрения теории размагничивающего фактора «засасывание» линий индукции телом большей проницаемости.

Для обратного случая, когда тело имеет меньшую магнитную проницаемость, чем среда, в которой оно находится, внутреннее поле сильнее внешнего.

Наведенная поляризация и вместе с ней магнитная восприимчивость вещества тела положительна или отрицательна в зависимости от того, что проницаемость внешней среды больше или меньше проницаемости вещества тела. Поэтому поле H_b (1.16) наведенных на поверхности тела магнитных масс может быть положительным или отрицательным. Оно может способствовать поляризации или ей препятствовать. Часто применяемые названия «размагничивающее» и «деполяризующее» поле относятся к частному случаю, когда магнитная проницаемость материала тела больше, чем магнитная проницаемость окружающей среды. Общее название поля H_b – дополнительное поле. В общем случае напряженность H_i поля, действующего внутри тела, выражается так:

$$H_i = H_c \pm H_b. \quad (1.18)$$

Вместо употребляемого выражения «тело» следовало бы говорить «деполяризуемое тело», т. е. тело, деполяризуемое наведенными на нем магнитными полюсами. Это есть некоторый объем вещества, ограниченный поверхностями, пересекающими линии магнитного потока. Поэтому тороид в кольцевом поле, образованном током равномерно нанесенных на нем витков проволоки, не есть «тело» (т. е. «деполяризуемое тело»). Это же относится к бесконечно длинному стержню, параллельному прямолинейному однородному полю. Радиально разрезанный тороид и тороид в однородном поле подходят под принятое здесь понятие тела.

1.2.3. Намагничивание вещества и тела

Если тело находится в поле напряженностью H_e , то внутри тела действует более слабое поле H_i :

$$H_i = H_e - H_b, \quad (1.19)$$

или (В.10).

Это поле H_i , ориентирующее элементарные магниты в магнетике, можно рассматривать как непосредственный возбудитель намагниченности в веществе тела. Его называют полем, намагничивающим вещество, а поле H_b – полем, намагничивающим форму. Из (1.19) следует, что поле, намагничивающее тело, складывается из этих двух полей:

$$H_e = H_i + H_b. \quad (1.20)$$

Обычно принято рассматривать зависимость намагниченности M вещества от поля H_i . На рис. 11 приведена диаграмма, представляющая по способу Релея соотношение между намагниченностью тела и напряженностью внешнего поля H_e .

На рис. 11 кривая $OM(H_i)$ показывает зависимость намагниченности M вещества от поля H_i . Абсциссы прямой ON^+ указывают напряженность H_b размагничивающего поля, соответствующую при данном N некоторой намагниченности M . Если кривая $OM(H_i)$ намагниченности вещества указывает напряженность H_i , необходимую для намагничивания вещества, то теперь не трудно найти кривую намагничивания тела. Для достижения телом

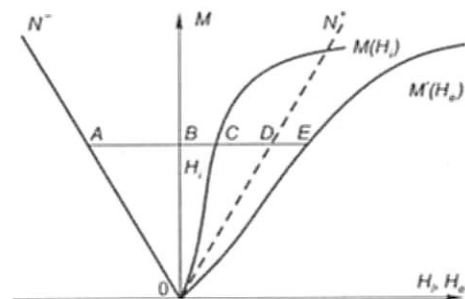


Рис. 11. Диаграмма сдвига Релея

намагниченности M надо «побороть» размагничивающее поле BA напряженностью $BD = -BA$ и намагнитить вещество напряженностью BC . Поэтому необходимая для этого напряженность выразится отрезком $BD + BC = BD + DE = BE$. Следовательно, кривая $OM'(H_e)$ намагничивания тела будет получена наложением абсцисс кривой $OM(H_i)$ на прямую ON^+ . Кривая намагничивания тела есть скошенная вправо кривая намагничивания вещества.

Если из опыта найдена кривая $OM'(H_e)$ намагничивания тела, то обратная операция (теоретически!) позволяет определить кривую намагничивания вещества. Для этого необходимо знать размагничивающий фактор N тела (с тем большей точностью, чем больше $N!$ – см. далее § 4.3.3).

Из рис. 11 видно, что, чем больше размагничивающий фактор, тем ближе к прямой ON^+ кривая $OM'(H_e)$ намагничивания тела. Этому сближению способствует также близость кривой $OM(H_i)$ к оси OM , т. е. величина магнитной восприимчивости или магнитной проницаемости материала. На практике кривая $OM'(H_e)$ намагничивания тела так близко подходит к прямой ON^+ , что бывает трудно определить влияние свойств материала на процесс намагничивания тела из этого материала.

Так как коэффициент N размагничивания зависит от относительных размеров тела, то здесь мы видим пример того, как геометрическая форма тела может исказить свойства его вещества.

Выясним теперь соотношение между полем H_i , намагничивающим вещество, и полем H_e , намагничивающим тело. Из (В.10):

$$H_e = H_i(1 + N\chi), \quad (1.21)$$

откуда

$$H_i = H_e/(1 + N\chi), \quad (1.22)$$

или, с учетом (В.9),

$$H_i = H_e/[1 + N(\mu - 1)]. \quad (1.23)$$

Поле H_i – непосредственный «возбудитель» намагниченности тела.

1.2.3. Намагничивание вещества и тела

Если тело находится в поле напряженностью H_e , то внутри тела действует более слабое поле H_i :

$$H_i = H_e - H_b, \quad (1.19)$$

или (B.10).

Это поле H_i , ориентирующее элементарные магниты в магнетике, можно рассматривать как непосредственный возбудитель намагниченности в веществе тела. Его называют полем, намагничивающим вещество, а поле H_b – полем, намагничивающим форму. Из (1.19) следует, что поле, намагничивающее тело, складывается из этих двух полей:

$$H_e = H_i + H_b. \quad (1.20)$$

Обычно принято рассматривать зависимость намагниченности M вещества от поля H_i . На рис. 11 приведена диаграмма, представляющая по способу Релея соотношение между намагниченностью тела и напряженностью внешнего поля H_e .

На рис. 11 кривая $OM(H_i)$ показывает зависимость намагниченности M вещества от поля H_i . Абсциссы прямой ON^+ указывают напряженность H_b размагничивающего поля, соответствующую при данном N некоторой намагниченности M . Если кривая $OM(H_i)$ намагниченности вещества указывает напряженность H_i , необходимую для намагничивания вещества, то теперь не трудно найти кривую намагничивания тела. Для достижения телом

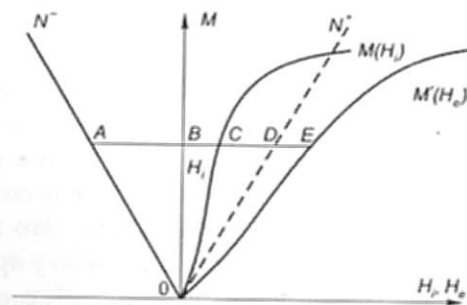


Рис. 11. Диаграмма сдвига Релея

намагниченности M надо «побороть» размагничивающее поле BA напряженностью $BD = -BA$ и намагнитить вещество напряженностью BC . Поэтому необходимая для этого напряженность выразится отрезком $BD + BC = BD + DE = BE$. Следовательно, кривая $OM^+(H_e)$ намагничивания тела будет получена наложением абсцисс кривой $OM(H_i)$ на прямую ON^+ . Кривая намагничивания тела есть скошенная вправо кривая намагничивания вещества.

Если из опыта найдена кривая $OM^+(H_e)$ намагничивания тела, то обратная операция (теоретически!) позволяет определить кривую намагничивания вещества. Для этого необходимо знать размагничивающий фактор N тела (с тем большей точностью, чем больше N ! – см. далее § 4.3.3).

Из рис. 11 видно, что, чем больше размагничивающий фактор, тем ближе к прямой ON^+ кривая $OM^+(H_e)$ намагничивания тела. Этому сближению способствует также близость кривой $OM(H_i)$ к оси OM , т. е. величина магнитной восприимчивости или магнитной проницаемости материала. На практике кривая $OM^+(H_e)$ намагничивания тела так близко подходит к прямой ON^+ , что бывает трудно определить влияние свойств материала на процесс намагничивания тела из этого материала.

Так как коэффициент N размагничивания зависит от относительных размеров тела, то здесь мы видим пример того, как геометрическая форма тела может исказить свойства его вещества.

Выясним теперь соотношение между полем H_i , намагничивающим вещество, и полем H_e , намагничивающим тело. Из (B.10):

$$H_e = H_i(1 + N\chi), \quad (1.21)$$

откуда

$$H_i = H_e/(1 + N\chi), \quad (1.22)$$

или, с учетом (B.9),

$$H_i = H_e/[1 + N(\mu - 1)]. \quad (1.23)$$

Поле H_i – непосредственный «возбудитель» намагниченности тела.

1.2.4. Способ «магнитной цепи»

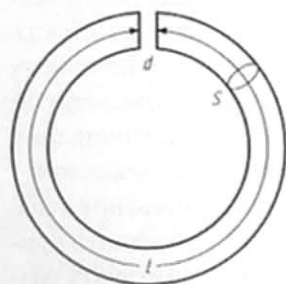


Рис. 12. Разрезанный торонд

силовой линии в воздухе, s – площадь поперечного сечения трубки потока.

Магнитный поток $\mu_0 Bs$ равен частному от деления магнитодвижущей силы на R_m :

$$\mu_0 Bs = \frac{H_c(l+d)}{[(d/s) + (l/\mu s)]}, \quad (1.25)$$

откуда, с учетом (B.6):

$$Bd + \frac{1}{\mu_0} H_i l = \frac{1}{\mu_0} H_c(l+d). \quad (1.26)$$

Прибавляя и вычитая от левой части уравнения (1.26) величину $\mu_0 H_i d$, получим:

$$(\mu_0 B - H_i)d + H_i(l+d) = H_c(l+d), \quad (1.27)$$

откуда, с учетом (B.5):

$$H_i = H_c - M[d/(l+d)]. \quad (1.28)$$

Сравнивая (1.28) с (B.10), видим, что в теории магнитной цепи заключается основное уравнение теории размагничивающего фактора. Роль N здесь играет отношение $d/(l+d)$.

1.2.5. Магнитные коэффициенты вещества и материала

Если относящаяся к полю H_i магнитная восприимчивость есть χ , а проницаемость – μ , то для связи намагниченности M вещества и индукции B в веществе из (B.8) и (B.6) получим выражения:

$$M = \chi H_i \quad (1.29)$$

и

$$B = \mu \mu_0 H_i. \quad (1.30)$$

Эти коэффициенты χ и μ есть обычно употребляемые коэффициенты – магнитные коэффициенты вещества. Но часто приходится рассматривать тела, состоящие не из простого материала, а расслоенного. Например, сердечники электромагнитов, трансформаторов или индукционных катушек, составленные из железных проволок или пластин, разделенных промежутками не магнитного материала. Среднее значение магнитного момента единицы объема такого тела называют намагниченностью \bar{M} материала.

Пусть оси проволок или плоскости пластин совпадают с направлением намагниченности в теле. Тогда намагниченность M вещества проволоки или пластины должна быть больше намагниченности \bar{M} материала.

Если ζ – коэффициент заполнения железом площади сечения, нормального к направлению намагниченности, то

$$\bar{M} = \zeta M. \quad (1.31)$$

Если \bar{B} – магнитная индукция в материале, т. е. поток через единицу поверхности сечения тела, а B – магнитная индукция вещества, т. е. поток через единицу сечения проволоки или пластины, то

$$\mu_0 \bar{B} = \zeta(\mu_0 B - H_i) + H_i. \quad (1.32)$$

Подставляя M и B из (1.29), (1.30) в (1.31) и (1.32), найдем:

$$\bar{M} = \zeta \chi H_i = \bar{\chi} H_i, \quad (1.33)$$

$$\mu_0 \bar{B} = (\zeta \mu + 1 - \zeta) H_i = \bar{\mu} H_i. \quad (1.34)$$

Коэффициент $\bar{\chi}$ называют магнитной восприимчивостью материала, а коэффициент $\bar{\mu}$ – магнитной проницаемостью материала. С магнитной восприимчивостью χ и магнитной проницаемостью μ вещества они связаны соотношениями:

$$\bar{\chi} = \zeta\chi, \quad (1.35)$$

$$\bar{\mu} = \zeta\mu + 1 - \zeta. \quad (1.36)$$

При «больших» μ ($\mu \gg 1$) выражение (1.36) переходит в следующее:

$$\bar{\mu} \approx \zeta\mu. \quad (1.37)$$

С учетом (В.8) и (1.37):

$$\bar{\mu} \approx \bar{\chi} + 1. \quad (1.38)$$

1.2.6. Магнитные коэффициенты тела и формы

Мы видели на рис. 11, что при больших значениях χ , μ или N кривая намагничивания тела определяется не столько свойствами его материала, сколько коэффициентом N , зависящим от формы тела. При этом кривая намагничивания тела, т. е. функция $M = M(H)$ на рис. 11, близка к прямолинейной зависимости. Если удобно выражать намагниченность M и индукцию B по внутреннему полю H_i через переменные коэффициенты χ и μ , то тем более естественным будет выразить M и B по внешнему полю H_e почти постоянными коэффициентами χ_b и μ_b :

$$M = \chi_b H_e \text{ и } B = \mu_b H_e. \quad (1.39)$$

Из (1.39), по аналогии с (1.33), (1.34), найдем:

$$\chi H_i = \chi_b H_e, \quad \mu H_i = \mu_b H_e. \quad (1.40)$$

Из (1.40), с учетом (1.29), (1.30), получим:

$$\chi_b = \chi / (1 + N\chi), \quad \mu_b = \mu / [1 + N(\mu - 1)]. \quad (1.41)$$

Коэффициенты χ_b и μ_b называют магнитной восприимчивостью тела и магнитной проницаемостью тела, как совмещающие в себе геометрические и физические свойства.

Из (1.41) следует, что магнитная восприимчивость χ_b и магнитная проницаемость μ_b тела возрастают вместе с магнитной восприимчивостью χ и магнитной проницаемостью μ его материала. При этом они приближаются к некоторым предельным значениям k и m , которые называют восприимчивостью и проницаемостью формы данного тела:

$$k = \lim_{\chi \rightarrow \infty} \chi_b = 1/N, \quad m = \lim_{\mu \rightarrow \infty} \mu_b = 1/N. \quad (1.42)$$

В системе СИ: $m = k$. Так как N в однородно намагничиваемом теле зависит только от его формы, то k и m такого тела определяются только его формой. Выразим теперь H_i , χ_b и μ_b такого тела через k и m :

$$H_i = H_e \frac{k}{k + \chi}, \quad H_i = H_e \frac{m}{m + \mu - 1}, \quad (1.43)$$

$$\chi_b = \chi \frac{k}{k + \chi}, \quad \mu_b = \mu \frac{m}{m + \mu - 1}. \quad (1.44)$$

Симметричность полученных функций указывает, что коэффициенты формы играют в этих выражениях одинаковую роль с коэффициентами материала. При этом, в зависимости от соотношения между магнитными свойствами материала тела и его размерами, на первый план могут выступать то одни, то другие коэффициенты.

Если χ и μ значительно больше, чем k и m , выражения (1.44) можно записать в виде:

$$\chi_b \approx k \left(1 - \frac{k}{\chi} \right), \quad \mu_b \approx m \left(1 - \frac{m-1}{\mu} \right). \quad (1.45)$$

В (1.45) множители в скобках представляют собой поправочные множители, близкие к 1.

В случаях, когда k и m значительно больше, чем χ и μ , из выражений (1.44) получим:

$$\chi_b \approx \chi \left(1 - \frac{\chi}{k} \right), \quad \mu_b \approx \mu \left(1 - \frac{\mu-1}{m} \right). \quad (1.46)$$

Выражения (1.45), (1.46) показывают, что коэффициенты формы и коэффициенты материала можно рассматривать как некоторые предельные значения коэффициентов тела. К коэффициентам формы мы приходим при возрастании до бесконечности коэффициентов материала, а к коэффициентам материала – при возрастании коэффициентов формы.

1.3. Расчет и анализ размагничивающих факторов эллипсоидов

1.3.1. Схема вывода общих формул для размагничивающих факторов эллипсоида

Внутреннее поле H_i в однородно намагниченном теле с коэффициентом размагничивания N и намагниченностью M , находящемся во внешнем поле H_e , дано соотношением (В.10). Кроме особого случая, когда тело намагничено до насыщения в очень сильных полях, однородность намагниченности возможна в однородном прилагаемом поле только для эллипсоида.

Потенциал V во внутренней точке эллипсоида (рис. 13) единичной однородной плотности с полуосями a, b, c соответственно в направлениях x, y, z может быть выражен в форме, впервые данной Дирихле в 1839 г.:

$$V = \pi abc \int_0^\infty \left(1 - \frac{x^2}{a^2 + \zeta} - \frac{y^2}{b^2 + \zeta} - \frac{z^2}{c^2 + \zeta} \right) \frac{d\zeta}{(a^2 + \zeta)^{1/2} (b^2 + \zeta)^{1/2} (c^2 + \zeta)^{1/2}}. \quad (1.47)$$

Для вывода этой формулы использована теория потенциалов.

В общем виде формулы для расчета размагничивающего фактора эллипсоида записаны Дж. К. Максвеллом [25, 26] спустя 42 года.

Пусть уравнение (1.15) есть уравнение эллипсоида, а F_0 – обозначает следующий определенный интеграл:

$$F_0 = \int_0^\infty \frac{d(\zeta)^2}{(a^2 + \zeta^2)(b^2 + \zeta^2)(c^2 + \zeta^2)}. \quad (1.48)$$

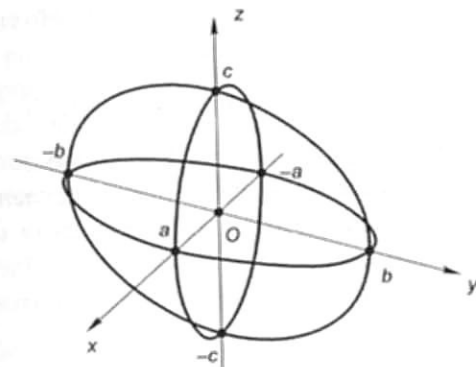


Рис. 13. Сечения эллипсоида координатными плоскостями

Тогда, если положить

$$N_a = -4\pi abc \frac{dF_0}{da^2}, \quad N_b = -4\pi abc \frac{dF_0}{db^2}, \quad N_c = -4\pi abc \frac{dF_0}{dc^2}, \quad (1.49)$$

то потенциал внутри эллипсоида будет равен:

$$V_0 = \frac{\rho}{2} (N_a x^2 + N_b y^2 + N_c z^2) + \text{const}. \quad (1.50)$$

(Далее станет ясно, что символами N_a, N_b, N_c обозначены размагничивающие факторы, соответствующие полуосям a, b и c .)

Если эллипсоид намагничен однородно с интенсивностью M в направлении, которое относительно осей x, y, z имеет направляющие косинусы l, m, n так, что составляющие намагниченности этого эллипсоида равны:

$$M_x = Ml, \quad M_y = Mm, \quad M_z = Mn, \quad (1.51)$$

то потенциал, обусловленный такой намагниченностью внутри эллипсоида, будет

$$V = M(N_a lx + N_b my + N_c nz). \quad (1.52)$$

Если составляющие внешней магнитной силы H равны H_x, H_y, H_z , то ее потенциал:

$$-(H_x x + H_y y + H_z z). \quad (1.53)$$

Составляющие истинной намагничивающей силы в произвольной точке тела равны:

$$H_x - M_x N_a, \quad H_y - M_y N_b, \quad H_z - M_z N_c. \quad (1.54)$$

Наиболее общая связь между намагниченностью и намагничивающей силой задается тремя линейными уравнениями, содержащими девять коэффициентов. Для выполнения закона сохранения энергии в случае магнитной индукции необходимо, чтобы три из них были соответственно равны трем другим:

$$\begin{aligned} M_x &= \chi_1(H_x - M_x N_a) + \chi_3'(H_y - M_y N_b) + \chi_2'(H_z - M_z N_c), \\ M_y &= \chi_3'(H_x - M_x N_a) + \chi_2(H_y - M_y N_b) + \chi_1'(H_z - M_z N_c), \\ M_z &= \chi_2'(H_x - M_x N_a) + \chi_1'(H_y - M_y N_b) + \chi_3(H_z - M_z N_c). \end{aligned} \quad (1.55)$$

Из этих уравнений можно выразить M_x, M_y, M_z через H_x, H_y, H_z и получить общее решение задачи. Единственным практически важным является случай, в котором

$$\chi_1' = \chi_2' = \chi_3' = 0. \quad (1.56)$$

Тогда из (1.55) и (1.56) можно получить:

$$M_x = \frac{\chi_1}{1 + \chi_1 N_a} H_x, \quad M_y = \frac{\chi_2}{1 + \chi_2 N_b} H_y, \quad M_z = \frac{\chi_3}{1 + \chi_3 N_c} H_z. \quad (1.57)$$

Из соотношений (В.10), (1.47)–(1.57), приведенных выше, следует что x компонента размагничивающего поля для однородно намагниченного эллипсоида дается в следующем виде (в системе СИ):

$$H_x = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{abc}{2} M_x \int_0^\infty \frac{d\zeta}{(a^2 + \zeta)^{3/2} (b^2 + \zeta)^{1/2} (c^2 + \zeta)^{1/2}} \quad (1.58)$$

с похожими выражениями для H_y и H_z .

Размагничивающие факторы, определенные в (В.10), (1.49) и (1.54), даются таким образом (в системе СИ) [29] (где $v = a, b$ и c):

$$N_v = \frac{abc}{2} \int_0^\infty \frac{d\zeta}{(v^2 + \zeta)[(a^2 + \zeta)(b^2 + \zeta)(c^2 + \zeta)]^{1/2}}. \quad (1.59)$$

Формулы (1.59) при $v = a, b$ и c – общие интегральные выражения для размагничивающих факторов эллипсоида. При современном уровне развития вычислительной техники размагничивающие факторы N_a, N_b, N_c эллипсоидов при любом соотношении их осей могут быть рассчитаны с заданной точностью. Но долгое время важное для науки значение имела форма записи N_a, N_b, N_c через табличные нормированные эллиптические интегралы первого и второго рода, опубликованная практически одновременно Осборном [30] и Стоуном [29] в 1945 г.

1.3.2. Выражения размагничивающих факторов эллипсоидов через нормальные эллиптические интегралы

Интегралы в формуле (1.59) для размагничивающих факторов эллипсоида представляют собой эллиптические интегралы. Для облегчения вычислений они были выражены [29, 30] через нормированные интегралы Лежандра первого $F(k, \varphi)$ и второго $E(k, \varphi)$ родов [104] (где $k^2 < 1$):

$$F(k, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\psi}{(1 - k^2 \sin^2 \psi)^{1/2}} = \int_0^{\sin \varphi} \frac{d\tau}{(1 - \tau^2)^{1/2} (1 - k^2 \tau^2)^{1/2}}, \quad (1.60)$$

$$E(k, \varphi) = \int_0^\varphi (1 - k^2 \sin^2 \psi)^{1/2} d\psi = \int_0^{\sin \varphi} \frac{(1 - k^2 \tau^2)^{1/2} d\tau}{(1 - \tau^2)^{1/2}}. \quad (1.61)$$

Считая $a \geq b \geq c$, заменой $\tau^2 = (a^2 - c^2)/(a^2 + \zeta)$ выражение (1.59) приведено [29] к виду:

$$N_v = \frac{abc}{(a^2 - c^2)^{1/2}} \int_0^{\sqrt{1 - c^2/a^2}} \frac{\zeta^2 d\zeta}{\left(1 - \frac{a^2 - v^2}{a^2 - c^2} \zeta^2\right)^{1/2} (1 - \zeta^2)^{1/2} (1 - k^2 \zeta^2)^{1/2}}. \quad (1.62)$$

Проведя преобразования интегралов (1.62), Стоун получил [29] формулы для размагничивающих факторов эллипсоида через $F(k, \varphi)$ и $E(k, \varphi)$ в виде (в системе СИ):

$$N_a = \frac{abc}{(a^2 - c^2)^{1/2}(a^2 - b^2)} [F(k, \varphi) - E(k, \varphi)], \quad (1.63)$$

$$N_b = -\frac{abc[F(k, \varphi) - E(k, \varphi)]}{(a^2 - c^2)^{1/2}(a^2 - b^2)} + \frac{abc}{(a^2 - c^2)^{1/2}(b^2 - c^2)} E(k, \varphi) - \frac{c^2}{c^2 - b^2}, \quad (1.64)$$

$$N_c = -\frac{abc}{(a^2 - c^2)^{1/2}(b^2 - c^2)} E(k, \varphi) + \frac{b^2}{b^2 - c^2}, \quad (1.65)$$

где $k^2 = (a^2 - b^2)/(a^2 - c^2)$, $\sin^2 \varphi = 1 - c^2/a^2$.

Так как размагничивающие факторы эллипсоида зависят от относительной, а не абсолютной длины полуосей, удобно выразить их через безразмерные отношения. Если для эллипсоида с полуосями a, b, c ($a \geq b \geq c$) обозначить $b/a = \beta$, $c/a = \gamma$ ($1 \geq \beta \geq \gamma$), то из (1.63)–(1.65) получим [29]:

$$N_a = \frac{\beta\gamma}{(1 - \gamma^2)^{1/2}(1 - \beta^2)} [F(k, \varphi) - E(k, \varphi)], \quad (1.66)$$

$$N_b = -\frac{\beta\gamma[F(k, \varphi) - E(k, \varphi)]}{(1 - \gamma^2)^{1/2}(1 - \beta^2)} + \frac{\beta\gamma}{(1 - \gamma^2)^{1/2}(\beta^2 - \gamma^2)} E(k, \varphi) - \frac{\gamma^2}{\beta^2 - \gamma^2}, \quad (1.67)$$

$$N_c = -\frac{\beta\gamma}{(1 - \gamma^2)^{1/2}(\beta^2 - \gamma^2)} E(k, \varphi) + \frac{\beta^2}{\beta^2 - \gamma^2}, \quad (1.68)$$

где $k^2 = (1 - \beta^2)/(1 - \gamma^2)$, $\sin^2 \varphi = 1 - \gamma^2$.

Между размагничивающими факторами N_a, N_b и N_c эллипсоидов при любом соотношении их осей существует следующая связь:

$$N_a + N_b + N_c \equiv 1. \quad (1.69)$$

Результаты расчета зависимостей N_a, N_b и N_c эллипсоидов от их относительных размеров при $a \geq b \geq c$ в виде, данном Осборном в [30], приведены на рис. 14, 15:

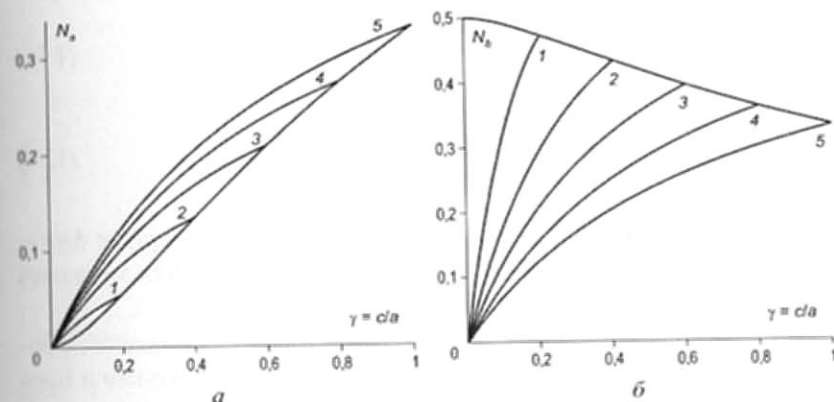


Рис. 14. Зависимости размагничивающих факторов N_a (а) и N_b (б) эллипсоида вдоль полуосей a и b от параметра $\gamma = c/a$; 1, 2, 3, 4 и 5 – при $\beta = b/a = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$ и 1

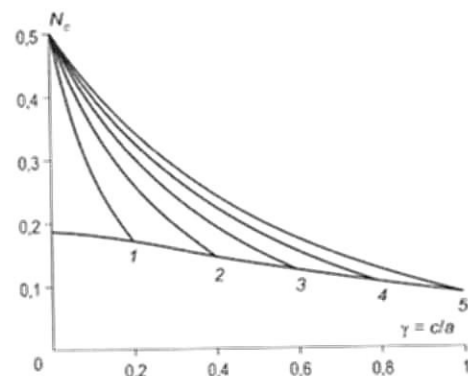


Рис. 15. Зависимости размагничивающего N_c эллипсоида вдоль полуоси c от параметра $\gamma = c/a$; 1, 2, 3, 4 и 5 – соответственно при $\beta = b/a = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$ и 1

1.3.3. Размагничивающие факторы эллипсоидов вращения

Для расчета размагничивающих факторов эллипсоидов вращения проще исходить не из формул (1.67)–(1.69), в которых N_a, N_b и N_c эллипсоидов выражены через эллиптические интегралы, а непосредственно из основных интегралов (1.59) полагая, например, $b = c$. Тогда общие формулы (1.59) преобразуются в следующие:

$$N_a = \frac{ab^2}{2} \int_0^\infty \frac{d\zeta}{(a^2 + \zeta)^{3/2} (b^2 + \zeta)^{1/2}}, \quad (1.70)$$

$$N_b = \frac{ab^2}{2} \int_0^\infty \frac{d\zeta}{(a^2 + \zeta)^{1/2} (b^2 + \zeta)^2}. \quad (1.71)$$

Интегралы (1.70), (1.71) выражаются через элементарные функции и были записаны в разных формах и обозначениях многими авторами, начиная с Максвелла [25].

Чтобы избежать необычных обозначений или символов, обозначения a , b и c для полуосей эллипсоида, используемые в предыдущих параграфах, больше не сохраняются. Для эллипсоида вращения, рассматриваемого в этом параграфе и далее, обозначим: a – полярная полуось; b – экваториальная полуось; $\lambda = a/b$; $N_a = N$; $N_b = N_\perp$.

В дальнейшем для расчета N эллипсоида вращения с отношением осей λ , намагничиваемого вдоль оси вращения, будем использовать формулы, полученные в [27]:

$$N = N_\Omega(\lambda), \quad (1.72)$$

где
$$N_\Omega(\lambda) = \frac{1}{1-\lambda^2} \left[1 - \frac{\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} \arccos \lambda \right] \text{ для } 0 \leq \lambda < 1, \quad (1.73)$$

$$N_\Omega(\lambda) = \frac{1}{\lambda^2 - 1} \left[\frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \ln(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) - 1 \right] \text{ для } \lambda > 1. \quad (1.74)$$

Интерполировать эти простые точные формулы, не зависящие от магнитной проницаемости материала, более сложной приближенной формулой, как это сделали авторы [105] с целью создания «универсальной» формулы для расчета N эллипсоидов, цилиндров и пластин, бессмысленно. Наоборот, далее будет показано, что наиболее точные и удобные для использования формулы для расчета размагничивающего фактора цилиндров и призм получены с использованием формул (1.72)–(1.74).

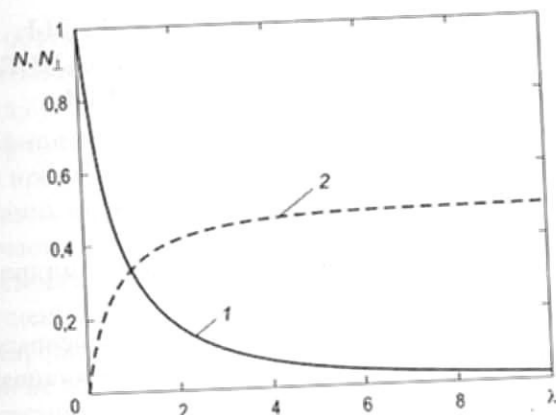


Рис. 16. Зависимости $N(1)$ и $N_\perp(2)$ эллипсоидов вращения от их λ .

Из формулы (1.69) следует, что коэффициент N_\perp размагничивания эллипсоида вращения при намагничивании ортогонально оси вращения равен:

$$N_\perp = 0,5(1 - N_\Omega(\lambda)). \quad (1.75)$$

На рис. 16 представлены зависимости $N(\lambda)$ и $N_\perp(\lambda)$ для эллипсоидов вращения в диапазоне изменения $0 \leq \lambda \leq 10$.

Если $\lambda \gg 1$, то из (1.72), (1.74) следует (для $\lambda > 50$ – «с точностью до тысячных долей» [24]):

$$N \approx [\ln(2\lambda) - 1] / \lambda^2. \quad (1.76)$$

Для шара, на основании формулы (1.69), $N = N_\perp = 1/3$.

2.1. Размагничивающие факторы цилиндра

Большинство электротехнических и промышленных изделий имеют не эллипсоидальную форму. Они намагничиваются неоднородно (см. рис. 3, б). Моделью многих из них (индукционных датчиков, сердечников трансформаторов и феррозондов, магнитов, роликов, осей) служит цилиндрический стержень (далее – цилиндр) длиной L , диаметром D из материала с $\chi \gg 1$, находящийся в однородном магнитном поле, направленном вдоль оси X цилиндра (рис. 17).

Намагничивание и работу этих тел, как и намагничивание эллипсоидов, определяет их размагничивающий фактор (коэффициент размагничивания).

В электротехнике и при магнитных измерениях различают баллистический (центральный) N_B , магнитометрический N_M , местный N_x и дроссельный N_D коэффициенты размагничивания тел [80, 106].

Первый используется при баллистических измерениях, когда определяют среднюю по поперечному сечению в центральной части тела намагниченность M_0 . Второй – при измерении усред-

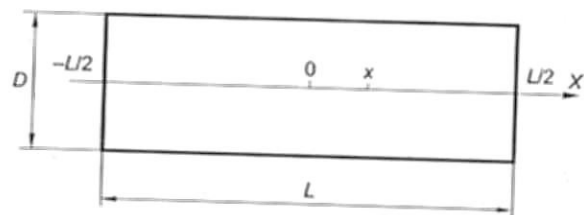


Рис. 17. Намагниченный ферромагнитный цилиндр. Вводимая система обозначений

ненной по объему тела намагниченности \bar{M} . Когда обмотка длиной l охватывает не всю боковую поверхность цилиндра, а ее часть между сечениями x и $x + l$, используют понятие дроссельного коэффициента N_D размагничивания. Когда длиной l обмотки можно пренебречь, говорят о местном коэффициенте N_x размагничивания цилиндра, связанном с его сечением x . В расчетах N_M и N_D часто используют формулы, полученные с помощью грубых математических приближений, физически не обоснованных допущений и содержащих иррациональные функции [107] или табулированные данные [108], методика получения которых физически не обоснована.

Изменение $dM(x)$ намагниченности $M(x)$ вдоль оси x цилиндра считают эквивалентным распределению магнитных зарядов по его поверхности [106, 109–115, 98]. То есть распределение $M(x)$ в каждом сечении x цилиндра, в том числе центральном (при $x = 0$) и на торцах (при $\bar{x} = 2x/L = \pm 1$), считают однородным. (Соответствует ли это представлению действительности? В рамках обобщенной в монографии теории использования понятия «размагничивающий фактор» для анализа процесса и результата намагничивания ферромагнитных тел можно с достаточной для практики точностью считать – соответствует! Анализ явления упреждающего перемагничивания поверхностного слоя стального цилиндра, возникающего при определенных условиях и достоверно установленного в [116, 34], вынесем за рамки книги.)

Для эллипсоидов различия между коэффициентами размагничивания N_B , N_M , N_D и N_x нет, так как размагничивающее поле однородно и $M_0 = \bar{M} = \bar{M}_D = M(x) = M$.

Наиболее часто параметром, определяющим процесс намагничивания объектов, является их баллистический (центральный) коэффициент N_B размагничивания. В дальнейшем, в случаях, когда другие коэффициенты размагничивания не рассматриваются одновременно с N_B , индекс « B » при N мы часто будем опускать и обозначать центральный коэффициент размагничивания ферромагнитного тела символом « N ».

2.2. Интерполяционная формула для расчета размагничивающего фактора цилиндров из материала с высокой магнитной проницаемостью

Общее уравнение для расчета $N_B(\lambda, \chi)$ цилиндра (рис. 17) имеет вид [109, 110]:

$$N_B(\lambda, \chi) = -\frac{1}{\lambda^2} \int_0^1 \bar{x} \frac{d}{d\bar{x}} \left(\frac{M(\lambda, \chi, \bar{x})}{M_0(\lambda, \chi)} \right) d\bar{x} + \frac{1}{2\lambda^2} \left(\frac{M_1(\lambda, \chi)}{M_0(\lambda, \chi)} \right), \quad (2.1)$$

где $M(\lambda, \chi, x)$ – распределение намагниченности вдоль цилиндра; $M_0(\lambda, \chi)$ и $M_1(\lambda, \chi)$ – намагниченности, усредненные по сечениям $\bar{x} = 0$ и $\bar{x} = 1$; $\bar{x} = 2x/L$; $\lambda = L/D$.

Вюршмидт для описания распределения $M(\lambda, \chi, x)$ воспользовался бесконечным степенным рядом с четными степенями \bar{x} [109]:

$$M(\lambda, \chi, \bar{x}) = M_0(\lambda, \chi) \sum_{v=0}^n C_v(\lambda, \chi) \bar{x}^{2v}, \quad (2.2)$$

где $C_v(\lambda, \chi)$ – сложная функция λ и χ [111, 112].

Вопрос о возможности ограничения количества коэффициентов $C_v(\lambda, \chi)$ в (2.2) исследован многими авторами. Так, проверка уравнения (2.2), проведенная Г. К. Гринберг [117] при $\chi = 15$ и $\lambda = 5$, показала «существенное» несовпадение теоретического по (2.2) при $n = 4$ и измеренного распределения намагниченности вдоль цилиндров. Поэтому автор [110] в расчетах N пользовался предложенным ею в [118] эмпирическим соотношением

$$M(\lambda, \chi, \bar{x}) = M_0(\chi) \left[1 - C(\lambda, \chi) \bar{x}^{2,2+0,027\bar{x}^{1,5} \frac{\lambda}{\chi^{2/3}}} \right]. \quad (2.3)$$

С использованием (2.1) и (2.3) рассчитаны значения $N(\lambda, \chi)$ цилиндров с $10 \leq \lambda \leq 500$ для $\chi = \infty; 1000; 100; 10; 1$ и построены номограммы для определения N цилиндров из материалов с различными χ [110]. Но преимущества расчетов $N(\lambda, \chi)$ цилиндров с использованием (2.3) по сравнению с (2.1) не убедительны в силу неизбежных погрешностей в экспериментах в [117, 118] и в связи

с тем, что « μ образцов и их магнитная однородность на практике далеко не всегда известны достоверно» [110]. Кроме того, все результаты расчетов $N(\lambda, \chi)$ по (2.1) с использованием как (2.2), так и (2.3) применимы лишь для цилиндров с $\lambda \geq 10$, так как при $\lambda \rightarrow 0$ полученные выражения теряют физический смысл.

Попытка [119] «уточнить» распределения (2.2) и (2.3) безрезультатна и физически безграмотна не только из-за ограниченного объема и низкой точности измерений (нарушения монотонности по своей физической сути монотонных зависимостей (2.2) и (2.3) достигают при экспериментах в [119] $\pm 20\%$). Свою «новую формулу для расчета распределения намагниченности вдоль цилиндра» авторы [119] обосновали сравнением «с результатами измерения намагниченности непосредственно в каждой точке вдоль стержня» установкой УИМХ [120]. Но установка УИМХ [120] измеряет не намагниченность, а магнитную индукцию в образце. Измерять намагниченность образцов и их внутреннее поле установка УИМХ [120] не может, а распределения индукции и намагниченности вдоль цилиндра существенно не совпадают [33].

Упрощение аналитического описания распределения намагниченности в ферромагнитных стержнях из материала с высокой магнитной восприимчивостью и использование результатов анализа этого распределения в магнитных измерениях проведено в пятой главе книги (§ 5.6). Но на практике для расчета N цилиндра эффективное использование получили формулы, полученные в результате интерполяции упрощенных решений уравнения (2.1). Проанализируем их.

Наиболее достоверные результаты расчета N (точнее – N_B) цилиндра при намагничивании параллельно образующей получены при использовании формул, построенных интерполяцией упрощенных решений уравнений (2.1), (2.2). Основой интерполяции являются: точная формула (1.72) для эллипсоида вращения, ее упрощенный для $\lambda \gg 1$ вариант (1.76) и упрощенные модели непосредственного расчета N цилиндра.

Так как магнитная проницаемость μ большинства ферромагнитных материалов в состоянии, далеком от технического насы-

щения, находится в пределах $100 \div 10000$, проанализируем формулы для расчетов N в практически важном случае $\mu \gg 1$ или $\mu \rightarrow \infty$.

Анализ [37] наиболее полных и достоверных исследований N цилиндров [106, 109, 110, 114, 121–123] показал, что для практических расчетов N цилиндра из материала с $\mu \gg 1$ с отношением λ длины к диаметру во всем возможном диапазоне его изменения $0 \leq \lambda < \infty$ (по крайней мере до $\lambda = 100$) следует рекомендовать интерполирующую формулу, предложенную К. Вармутом [122]:

$$N \approx N_0(\lambda)k(\lambda), \quad (2.4)$$

где
$$k(\lambda) = \frac{1 + 2,35 \ln(1 + 0,137\lambda)}{1 + 2,28 \ln(1 + 0,284\lambda)}. \quad (2.5)$$

Формула (2.4) является [110] интерполяцией полученной ранее [111] Штебляйном и Шлехтаегом более общей, но громоздкой и приближенной формулы (где $t = 1/2\lambda$):

$$N(\lambda, \chi) = 2t^2[1 - 6t^2 + 30t^4 - 140t^6 - C(\lambda, \chi)(-2 \ln t - 3 - 4t^2 + 51t^4 - 293t^6)]. \quad (2.6)$$

Формула (2.6) в свою очередь получена в результате упрощенного решения общего уравнения (2.1) для расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндрического стержня [109, 110].

Трудности в упрощенном решении уравнения (2.1) при $\lambda < 10$ К. Вармут обошел, прибегнув к интерполяции зависимости $N(\lambda)$ из области $\lambda > 10$ к достоверному значению $N = 1$ при $\lambda = 0$. Как показано в [106], значения $N(\lambda)$, вычисляемые по (2.4), практически являются усредненными по центральному поперечному сечению цилиндров. Именно это обеспечивает высокую точность описания с использованием (2.4) известных по [114, 123, 110, 124 и 97] экспериментальных результатов измерения N цилиндров, сопоставление которых с результатами расчета по (2.4) в практически важном диапазоне изменения λ ($0,8 \leq \lambda < 50,4$) проведено в табл. 3.

Погрешность σ (табл. 3) расчета N по формуле (2.4) вычислялась по формуле

$$\sigma, \% = \frac{N_{\text{расчет}} - N_{\text{измерение}}}{N_{\text{измерение}}} \times 100\%. \quad (2.7)$$

Точность интерполяции (2.4) результатов измерения N , полученных разными авторами во всем практически важном диапазоне изменения λ , следует признать высокой. Тем более, как отмечено в [110], параметры μ и λ образцов и их магнитная однородность на практике далеко не всегда известны достоверно, а это оказывает решающее влияние на N . Существенное расхождение расчета по (2.4) и измерения для образцов № 13, 22, 77 из табл. 3 объясняется именно методической погрешностью эксперимента, на что обращено внимание в [114], а не неточностью интерполяции (2.4).

Таблица 3. Сопоставление расчетных по (2.4) и экспериментальных данных для N цилиндров

№ п/п	λ	Источник информации	Эксперимент	Расчет по (2.4)	$\sigma, \%$
1	0,872	[123] ¹	0,3311	0,312	-5,8
2	0,9		0,3165	0,303	-4,3
3	1,778		0,1439	0,154	+7,0
4	1,7875		0,1477	0,153	+3,6
5	2,5		0,09852	0,103	+4,5
6	2,667		0,09066	0,095	+9,0
7	3,333		0,0684	0,071	+3,8
8	4,0		0,05333	0,056	+5,0
9	5,333		0,03521	0,038	+7,9
10	10	[114] ¹	0,016	0,0150	-3,2
11		[114] ²	0,01481		+1,3
12		[114] ³	0,0151		-0,8
13		[114] ⁴	0,0172		-12,7
14		[114] ⁵	0,0154		-3,0
15		[114] ⁷	0,01552		-3,4
16		11,56	[97] ¹		0,0124
17	15	[114] ⁵	0,008356	0,008141	-2,6
18		[114] ⁷	0,008515		-4,4
19	19,25	[114] ¹	0,005738	0,005514	-3,9

№ п/п	λ	Источник информации	Эксперимент	Расчет по (2.4)	σ , %	
20	20	[114] ¹	0,00539	0,005191	-3,7	
21		[114] ³	0,00518		+0,2	
22		[114] ⁴	0,00617		-15,8	
23		[114] ⁵	0,005348		-2,9	
24		[114] ⁶	0,005371		-3,4	
25		[114] ⁷	0,005454		-4,9	
26		20,09	[124] ¹		0,00534	0,005155
27	20,92	0,005061		0,004835	-4,5	
28	21,76	0,004759		0,004542	-4,6	
29	22,60	0,004504		0,004276	-5,1	
30	23,43	0,004178		0,004037	-3,4	
31	24,27	0,003979		0,003816	-4,1	
32	25	[114] ¹		0,004078	0,003639	-10,7
33		[114] ²		0,003796		-4,1
34		[114] ³		0,00366		-0,6
35		[114] ⁶		0,003788		-3,9
36		[114] ⁷		0,003883		-5,8
37	25,10	[124] ¹	0,003764	0,003616	-3,9	
38	25,94		0,003581	0,00343	-4,2	
39	26,78		0,003438	0,003259	-5,2	
40	27,56		0,003287	0,003111	-5,4	
41	28,45	[124] ¹	0,003119	0,002955	-5,3	
42	29,32		0,00296	0,002815	-5,0	
43	30	[114] ¹	0,00279	0,002712	-2,8	
44		[114] ¹	0,002722		-0,4	
45		[114] ⁵	0,002897		-6,4	
46			0,002849		-4,8	
47	30,19	[124] ¹	0,002841	0,002685	-5,5	
48	31,02		0,002737	0,002569	-6,1	
49	31,86		0,002634	0,00246	-6,6	
50	32,7		0,002491	0,002358	-5,3	
51	33,56		0,002395	0,00226	-5,6	
52	34,39		0,002324	0,002171	-6,6	
53	35,24		0,002204	0,002086	-5,4	
54	36,07		0,002093	0,002008	-4,1	
55	36,91		0,002013	0,001934	-3,9	

№ п/п	λ	Источник информации	Эксперимент	Расчет по (2.4)	σ , %	
56	37,75	[124] ¹	0,001958	0,001864	-4,8	
57	38,59		0,001862	0,001747	-3,5	
58	39,45		0,001798	0,001733	-3,6	
59	40	[114] ¹	0,001723	0,001694	-1,8	
60		[114] ⁵	0,001703		-0,5	
61		[114] ⁶	0,001775		-4,6	
62		[114] ⁷	0,001775		-4,6	
63		40,30	[12] ¹		0,001751	0,001674
64	41,18	0,001743		0,001615	-7,3	
65	42,02	0,001615		0,001562	-3,4	
66	42,86	0,001552		0,001512	-2,6	
67	43,70	0,001512		0,001464	-3,8	
68	44,54	0,001472		0,001418	-3,7	
69	45,38	0,001424		0,001375	-3,4	
70	46,22	0,001377		0,001334	-3,1	
71	47,23	0,001321		0,001287	-2,8	
72	48,23	0,001273		0,001243	-2,4	
73	49,25	0,001241		0,001200	-3,3	
74	50			0,00118	0,00117	-1,0
75		[114] ²		0,001225		-4,5
76		[114] ³		0,00118		-0,7
77		[114] ⁴	0,00129	-9,2		
78		[114] ⁶	0,001218	-3,9		
79		[110] ¹	0,0012	-2,5		
80	50,42	[114] ⁸	0,001205	0,001154	-4,2	

Авторы экспериментов: [123]¹ – А. Г. Сливинская; [114]¹ – Нейман и К. Вармут; [114]² – Шлехтвег и Штейблейн; [114]³ – К. Вармут; [114]⁴ – Бозорт; [114]⁵ – Бурдин; [114]⁶ – Вюршмидт; [114]⁷ – Томпсон и Мосс; [114]⁸ – М. А. Розенблат; [110]¹ – Г. А. Бурнев; [97]¹ – Дитц.

Точность описания экспериментальных результатов измерения N цилиндров из материалов с высокой магнитной проницаемостью формулой (2.4) намного выше, чем при расчете по формулам (1.73), (1.74) для вписанного в цилиндр эллипсоида вращения, что рекомендовалось делать ранее [125]. Это понятно и из общих физических представлений – магнитные заряды, распределенные

по поверхности цилиндра, находятся, в целом, на более далеком расстоянии от его центрального сечения, чем заряды, распределенные по поверхности вписанного в цилиндр эллипсоида вращения.

Правомерность использования (2.4) в технических расчетах обосновывается также тем, что результаты К. Вармута непосредственно или в преобразованном виде вошли в стабильные справочные и методические руководства [24, 59, 126–128]. Отклонение результатов расчета N по (2.4) от значений N постоянных магнитов, рекомендованных к использованию, например в [128], в диапазоне изменения λ от 0,1 до 5 находится в пределах от $-4,3$ до $+2,5\%$. Величина N при этом изменяется более чем в 20 раз. Такая точность вполне приемлема для использования в технических расчетах и попытки дальнейшего «уточнения» формулы (2.4) не имеют смысла.

Так, в [114] предложена формула для расчета N цилиндров, полученная введением множителя 0,6 в выражение, стоящее под знаком логарифма в формуле (1.76) для расчета N эллипсоида вращения. При $10 \leq \lambda \leq 20$ результаты расчета по этой формуле отличаются от результатов расчета по (2.4) на $0 \div +5\%$, а при $20 \leq \lambda \leq 100$ — на $+5 \div +6\%$. Но при $\lambda \leq 4$ результаты расчета по формуле, предложенной в [114], не имеют физического смысла.

Предложенная в [129] «усредненная по данным различных авторов» [110, 59, 103] формула для расчета N цилиндров из материала с высокой магнитной проницаемостью в заявленном диапазоне действия $10 \leq \lambda \leq 100$ приводит к результатам, превышающим результаты расчета N цилиндров по (2.4) всего на 3–5%. Величина N при этом изменяется более чем в 41 раз.

Предложенная в [105] и исправленная в [130] «универсальная» формула для расчета N эллипсоидов, цилиндров и пластин позже [131] отвергнута самими авторами в силу своей искусственности как «применимая лишь в ограниченном диапазоне изменения λ ». Это естественно не только потому, что подбор коэффициентов в [105, 130] проведен путем статистической обработки данных ограниченного количества экспериментов без учета их методической погрешности. В основу «универсальной» формулы [105, 130] положена модификация не формулы (1.72), действующей

во всем диапазоне изменения λ , а формулы, предложенной в [114] и рекомендованной к применению лишь при $\lambda \geq 10$.

В [131] предпринята попытка непосредственного расчета N цилиндра из материала с $\mu \gg 1$ с использованием применявшегося ранее [132, 115, 110] упрощения (2.3) аппроксимации (2.2) [109] распределения намагниченности вдоль цилиндра. Она привела к получению громоздкой, но не теряющей физического смысла во всем диапазоне изменения λ формулы для расчета N цилиндров. При $\lambda \geq 12$ расчет по [131] приводит к результатам, завышенным на $\sim 3,7\%$ по сравнению с результатами расчета N цилиндра по (2.4). В диапазоне $0,5 \leq \lambda \leq 6$ погрешность расчета N цилиндра по [131] по сравнению с расчетом по (2.4) изменяется от -5 до -22% (при $\lambda \approx 1,5$). Это с учетом результатов сопоставления (2.4) с данными экспериментов, представленными в табл. 3, не позволяет рекомендовать формулу [131] для использования в расчетах взамен формулы (2.4).

По аналогии с формулой (1.75) для расчета коэффициента N_{\perp} размагничивания эллипсоида вращения при его намагничивании ортогонально оси вращения для расчета коэффициента N_{\perp} размагничивания цилиндра при его намагничивании ортогонально образующей, с учетом (2.4), можно рекомендовать следующую приближенную формулу:

$$N_{\perp} \approx \frac{1}{2}[1 - N_{\Sigma}(\lambda)k(\lambda)]. \quad (2.8)$$

Знак « \approx » в формуле (2.8) по сравнению со знаком « $=$ » в формуле (1.75) для расчета N_{\perp} эллипсоида вращения свидетельствует не только о приближенном, хотя и с достаточной для практических расчетов точностью, характере формулы (2.4), но и подчеркивает, что цилиндр в отличие от эллипсоида вращения намагничивается неоднородно. Тем не менее в предельных случаях изменения λ формула (2.4) приводит к физически верным результатам и функциональным зависимостям. Учитывая, что степень неоднородности намагничивания цилиндра относительно не велика, следует ожидать и достаточной точности формулы (2.8) при ее использовании для расчетов N_{\perp} цилиндра во всем возможном диапазоне изменения λ цилиндра от 0 до ∞ .

2.3. Анализ влияния магнитной проницаемости материала цилиндров на их размагничивающий фактор [42, 45]

Многочисленными исследованиями установлено: N цилиндра зависит от χ его материала монотонно [106, 109–112, 114, 122, 133, 134].

Наблюдаемую в [135] немонотонность зависимости $N(\chi)$ цилиндров вблизи технического насыщения автор объяснил разбросом магнитных свойств, вызванным погрешностью измерения и нестабильностью технологии изготовления и термообработки образцов. В попытках [136–138] объяснения этой немонотонности физическими эффектами, возникающими при намагничивании цилиндров, использованы физически не обоснованные методики расчета и допущения. Так, в [136] модель прямоугольного стержня, имеющего бесконечно большой размер «поперек» намагничивающего поля, неадекватно отражает цилиндрические стержни. Результаты [137] применения расчетной модели определения N стержня «с учетом несовпадения векторов намагниченности с направлением намагничивания стержня» не сопоставлены с результатами расчетов N стержня, полученными на основании распределения (2.2) [109] (повторить расчеты могут только авторы, исправившие «некоторые незначительные опечатки» в программе). Для применения программы нужно знать распределение среднего по сечению суммарного поля «для того или иного состояния стержня». Допущение, что «магнитная восприимчивость магнетика в момент его насыщения во всем объеме стержня остается не ниже 100» [138], применимо далеко не для всех материалов и размеров стержней.

Развитие численных методов расчета магнитных полей [77] при физически верной методике расчета полезно для расчета магнитного поля от изделий сложной формы. Но верно описать распределение намагниченности в изделиях удастся не всегда. Так, при решении уравнений Максвелла для дискретной модели ферромагнетика с кусочно-постоянной аппроксимацией вектора намагниченности по элементам объема не удастся получить достоверных результатов распределения намагниченности в ферро-

магнитном теле. Авторы [139], например, не заметили разницы между похожими результатами измерения и расчета методом пространственных интегральных уравнений магнитного состояния стального диска в поле накладного соленоида. Но принципиально важного расширения «пятна» остаточной намагниченности в таком диске по сравнению с «пятном» в приложенном поле не заметила уже и сама методика расчета [140]. Достоверность расчета намагниченности в телах ограничена и влиянием неизбежных погрешностей исходных данных расчета на его результаты. Анализ такого влияния обычно отсутствует. Результаты [141] показывают, что применение такой модели даже для расчета намагниченности в однородно намагниченных телах в приложенном поле (тестовая задача, решение которой возможно аналитически) приводит к погрешности определения намагниченности элементарных объемов до 9%.

Анализ [37] наиболее полных и достоверных исследований N показал, что для расчетов N цилиндров с $0 \leq \lambda < \infty$ при $\mu, \chi \gg 1$ следует рекомендовать интерполяционную формулу К. Вармута (2.4). При выполнении условия $\chi = 0$ ($\mu = 1$) для расчетов N цилиндра К. Вармутом предложено использовать формулу [122, 110]:

$$N_2(\lambda) \approx N_3(\lambda)k_2(\lambda), \quad (2.9)$$

где

$$k_2(\lambda) = [1 + 2,2 \ln(1 + 0,326\lambda)]^{-1}. \quad (2.10)$$

Относительная разница $\sigma(\lambda) = [N_{2,4}(\lambda) - N_{2,9}(\lambda)]/N_{2,9}(\lambda)$ в расчете N цилиндров по (2.4) и (2.9) с увеличением λ возрастает (рис. 18) от 0 при $\lambda \rightarrow 0$ до 33% при $\lambda \rightarrow 1$; 206% при $\lambda = 10$ и 619% при $\lambda = 100$.

Вопрос, в какой степени N цилиндра чувствителен к изменению его χ и когда этим влиянием можно пренебречь, несмотря на попытки [110, 112, 129, 133 – 138] ответа на него, до проведенного ниже анализа оставался открытым.

Проанализируем чувствительность центрального коэффициента N размагничивания цилиндров к изменениям магнитной восприимчивости χ их материала [43]. Определим условия,

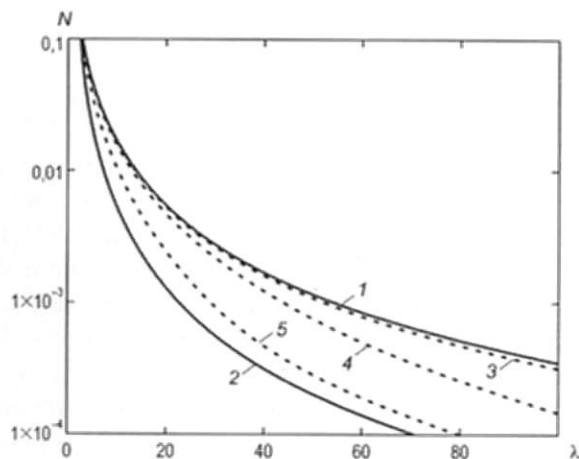


Рис. 18. Результаты расчета зависимостей $N(\lambda)$ для цилиндров из материалов с разной χ : 1 – по (2.4); 2 – по (2.9); 3, 4 и 5 – по (2.15) соответственно при $\chi = 100; 10$ и 1

при которых влиянием χ материала цилиндров на их N можно пренебречь и производить расчет N по формулам (2.4) или (2.9) [42].

Для проведения анализа необходимо физически верное и экспериментально обоснованное аналитическое описание зависимости $N = N(\lambda, \chi)$ цилиндров во всем возможном диапазоне изменения их λ и χ : $0 < \lambda < \infty$; $0 \leq \chi < \infty$.

Метод решения. Ближе всего к решению этой задачи подошли авторы [129]. На основании результатов расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндров с $10 \leq \chi, \lambda \leq 100$ по методикам [111, 110] ими предложена интерполяционная формула для описания зависимости $N = N(\lambda, \chi)$:

$$N(\lambda, \chi) = \frac{(0,489 + 0,0003\lambda) \left[\left(1,6 - \frac{2,72}{\lambda}\right) \ln 2\lambda + \frac{3,74}{\lambda} - 1,2 \right]}{\lambda^2 \left[\left(\frac{0,05\pi}{\arctg 0,795\chi} - 0,1 \right) \lambda + 1 \right]} \quad (2.11)$$

Результаты расчета $N(\lambda, \chi)$ по (2.11) удовлетворительно (табл. 4) совпадают с результатами расчета $N(\lambda, \chi)$ по [111, 110] при $10 \leq \chi \leq 100$ для $\lambda = 10, 25$ и 50.

Таблица 4. Результаты расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндров по разным методикам

χ	λ	Расчет по [111]	Расчет по [110]	Расчет по (2.11) [129]	Расчет по (2.15)
100	10	0,0147	0,01546	0,01538	0,014942
	25	0,00373	0,0036	0,00372	0,003585
	50	0,00116	0,00108	0,00116	0,001125
	100	0,0003	0,00028	0,000344	0,000326
10	10	0,0141	0,0143	0,0143	0,01442
	25	0,00319	0,00309	0,00312	0,003117
	50	0,000796	0,000753	0,000845	0,000780
	100	0,000153	0,000143	0,000200	0,000150
1	10	0,0105	0,00998	0,006632	0,010277
	25	0,00164	0,00158	0,0008742	0,001393
	50	0,000325	0,000257	0,000157	0,000286
	100	0,0000642	0,0000536	0,00002587	0,0000612

Но при снижении χ и увеличении λ разница в результатах расчета $N(\lambda, \chi)$ по (2.11) и по [111, 110] возрастает до +30% при $\chi = 10$ и $\lambda = 100$ (табл. 4). При $\chi = 1$ результаты расчета $N(\lambda, \chi)$ по (2.11) вдвое меньше (табл. 4) результатов расчета $N(\lambda, \chi)$ по [111, 110].

Такая точность расчета не удовлетворительна. Она является следствием физически неверной интерполяции формулой (2.11) зависимости $N = N(\lambda, \chi)$ цилиндров: при $\lambda \rightarrow 0$ формула (2.11) теряет физический смысл. Это приводит и к низкой точности описания результатов экспериментов для цилиндров с $\lambda < 8$. Диапазон $0 < \lambda < 8$ изменения размеров цилиндров важен для практики – он соответствует размерам многих изделий.

Для разработки формулы, аналитически описывающей зависимость $N = N(\lambda, \chi)$ цилиндров во всем возможном диапазоне изменения их λ и χ , воспользуемся следующими физически обоснованными постулатами.

1. Будем считать, что зависимость $N(\lambda, \chi)$ для цилиндров из материалов с $\chi \rightarrow \infty$ описывается формулой К. Вармута (2.4).

Аналитическое и экспериментальное подтверждение этого приведено в [110, 114, 122, 37] и табл. 3. В дополнение на рис. 19 результаты N_p расчета $N(\lambda)$ по (2.4) сопоставлены с известными

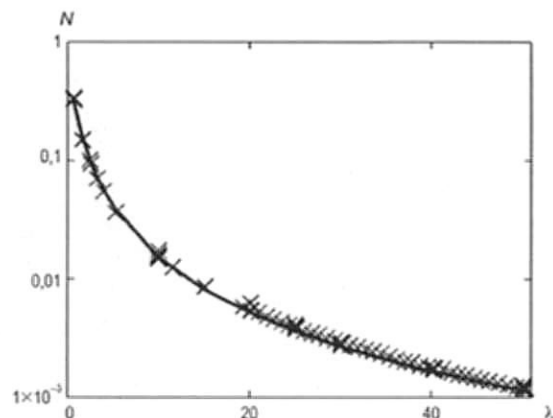


Рис. 19. Результаты (—) расчета зависимостей $N(\lambda)$ цилиндров по (2.4) и результаты (x) измерения $N(\lambda)$ цилиндров из табл. 3

результатами N_{ii} измерения N цилиндров и их расчета по методикам [111, 110] при $\chi \rightarrow \infty$; $0,8 \leq \lambda \leq 50,4$, приведенными в [110, 114, 123, 124, 97].

Точность интерполяции формулой (2.4) результатов измерения и модельного расчета $N(\lambda, \chi \rightarrow \infty)$ в практически важном диапазоне изменения λ следует признать высокой. Коэффициент R корреляции между N_{ii} и N_p для данных из табл. 3 составил $R = 0,9988$. Такая точность приемлема для технических расчетов. Как показано в [37], дальнейшее «уточнение» формулы (2.4) не имеет смысла.

2. Будем считать, что зависимость $N = N(\lambda)$ для цилиндров из материалов с $\chi = 0$ описывается интерполяционной формулой К. Вармута (2.9).

Применимость формулы (2.9) для случая $\chi = 0$ обоснована в [122, 110]. В дополнение к этому на рис. 20 результаты расчета $N(\lambda)$ по (2.9) сопоставлены с результатами расчета $N(\lambda)$ по полученному в [142] для коэффициентов $N(\lambda, \chi = 0)$ размагничивания однородно намагниченных цилиндрических стержней с $\lambda \geq 4$ «точному аналитическому выражению» [133]:

$$N(\lambda, \chi = 0) = \frac{1}{2\lambda^2} \left(1 - \frac{3}{2\lambda^2} \right). \quad (2.12)$$

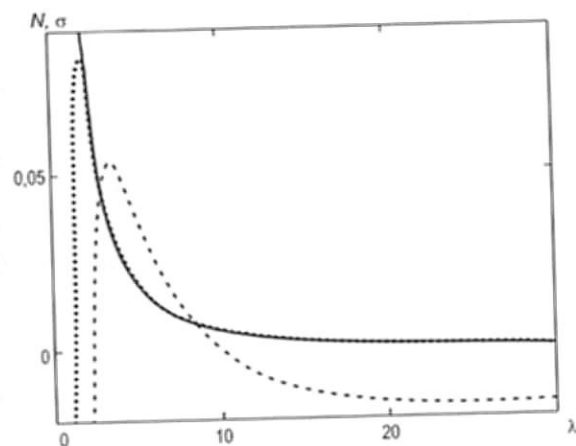


Рис. 20. Результаты $N_{2,9}$ (—) и $N_{2,12}$ (.....) расчета $N(\lambda)$ по (2.9) и (2.12) и относительная разница $\sigma = (N_{2,9} - N_{2,12})/N_{2,9}$ (---) между ними

Представленные на рис. 20 результаты показывают, что в диапазоне изменения λ , в котором формула (2.12) имеет физический смысл, относительная разница в расчете $N(\lambda, \chi = 0)$ по (2.9) и (2.12) не превышает $\pm 2\%$, что существенно меньше возможной [133] погрешности измерения N .

3. Зависимость $N = N(\lambda, \chi)$ для значений $0 \leq \chi < \infty$ будем искать в виде

$$N(\lambda, \chi) = N_{\infty}(\lambda) \left\{ k(\lambda) \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{\xi \chi}{\lambda^n} \right) + k_2(\lambda) \left[1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{\xi \chi}{\lambda^n} \right) \right] \right\}, \quad (2.13)$$

где n и ξ – постоянные коэффициенты.

Отметим, что для любых n и ξ результаты расчета зависимости $N(\lambda)$ цилиндров по (2.13) в возможном диапазоне изменения размеров цилиндров $0 < \lambda < \infty$ при выполнении условия $\chi \gg 1$ ($\chi \rightarrow \infty$) совпадают с результатами расчета $N(\lambda)$ цилиндров по (2.4), а при выполнении условия $\chi = 0$ – с результатами расчета $N(\lambda)$ цилиндров по (2.9).

Численные значения коэффициентов n и ξ в (2.13) будем искать из условия получения максимально высокого коэффициента R

корреляции между N_{II} и $N_{2,13}$ для данных из табл. 4 при $\chi = 1; 10; 100$ и $\lambda = 10; 25; 50$ и 100 . Дополнительным условием при выборе коэффициентов n и ξ из бесконечного числа их возможных комбинаций было требование простоты формулы (2.13) и минимум среднего относительного отклонения между $N_{2,13}$ и N_{II} для значений χ и λ цилиндров из табл. 4.

По результатам проведенной оценки оптимальными значениями n и ξ , удовлетворяющими перечисленным требованиям, являются значения

$$n = 1,3 \text{ и } \xi = 22. \quad (2.14)$$

С учетом (2.13), (2.14), (2.4) и (2.9) получим для зависимости $N = N(\lambda, \chi)$ формулу:

$$N(\lambda, \chi) = N_{\Sigma}(\lambda) \left\{ k(\lambda) \frac{2}{\pi} \arctg \left(\frac{22\chi}{\lambda^{1,3}} \right) + k_2(\lambda) \left[1 - \frac{2}{\pi} \arctg \left(\frac{22\chi}{\lambda^{1,3}} \right) \right] \right\}. \quad (2.15)$$

Анализ разработанной формулы. Зависимость (2.15) удовлетворяет постулатам 1 и 2 во всем диапазоне $0 < \lambda < \infty$ изменения размеров цилиндров. Результаты $N_{2,15}$ расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндров по (2.15) в табл. 4 и на рис. 21 сопоставлены с результатами N_{II} расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндров с $\chi = 1; 10; 100$ и $\lambda = 10; 25; 50$ и 100 , полученными в [111] и [110].

Коэффициент R корреляции между N_{II} и N_p (рис. 20) для данных из табл. 4 составил $R = 0,9995$. Среднее относительное отклонение $\bar{\delta} = 100\% |N_{2,15} - N_{111}| / N_{111}$ между результатами расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндров по (2.15) и по методике [111] для данных из табл. 4 составило 1,9%. Оно меньше, чем $\bar{\delta} \approx 2,6\%$ между результатами расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндров по методикам [111] и [110]. При этом результаты расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндров по (2.15) обычно имеют промежуточное значение между результатами расчета $N(\lambda, \chi)$ по методикам [111] и [110]: $\bar{\delta}$ между результатами расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндров по (2.15) и значениям $N(\lambda, \chi)$, усредненным по [111] и [110], для данных из табл. 4 составило 1,6%. При этом λ цилиндров в табл. 4 изменяется в 10 раз, χ – в 100 раз, а $N(\lambda, \chi)$ – более чем в 220 раз. Такая точность приемлема для технических расчетов.

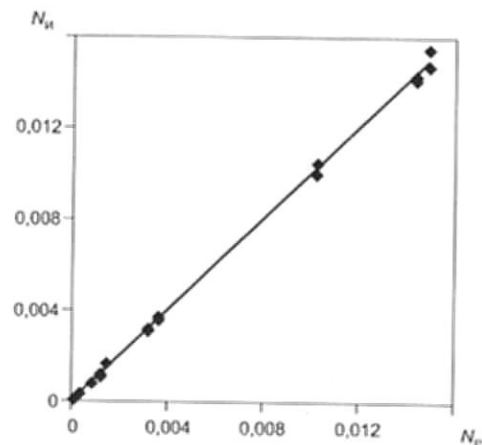


Рис. 21. Сопоставление результатов N_p расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндров из табл. 4 по формуле (2.15) с результатами N_{II} модельного расчета $N(\lambda, \chi)$ этих цилиндров в [111, 110]

Полученный результат свидетельствует, что формула (2.15) математически просто, физически верно и с достаточной для практических расчетов точностью интерполирует реально существующую в природе зависимость N цилиндров от их λ и χ их материала. Поэтому попытки дальнейшего «уточнения» формулы (2.15) не имеют смысла.

Полученный результат позволяет рекомендовать формулу (2.15) для расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндров в возможном диапазоне изменения их λ и χ : $0 < \lambda < \infty$; $0 \leq \chi < \infty$. Результаты такого расчета для $0 < \lambda \leq 100$ при $\chi = 1; 10$ и 100 приведены на рис. 18. Отметим, что результаты расчета $N(\lambda, \chi)$ для конкретных значений λ и χ по формуле (2.15) могут быть получены проще и точнее, чем по интерполирующим зависимость $N(\lambda, \chi)$ номограммам [110]. Определив χ материала цилиндра на основной кривой намагничивания, предельной или частной петле его магнитного гистерезиса с использованием формул [21], можно по (2.15) рассчитать $N(\lambda, \chi)$ цилиндра из любого материала по основным магнитным параметрам (коэрцитивной силе, намагниченности технического насыщения и остаточной намагниченности) и напряженности магнитного поля, в котором цилиндр находится.

Анализ влияния изменений χ . Используем разработанную формулу (2.15) для анализа влияния изменений χ материала цилиндров с разными λ на их $N(\lambda, \chi)$ в возможном диапазоне изменения λ и χ .

Для проведения анализа здесь и далее воспользуемся чувствительностью S_x^Y величины Y к параметру x , определяемую по формуле [44, 43, 143]:

$$S_x^Y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Y/Y}{\Delta x/x} = \frac{x}{Y} Y'_x, \quad (2.16)$$

где ΔY – изменение Y , соответствующее изменению Δx параметра x при постоянстве других параметров; Y'_x – производная Y по параметру x .

Чувствительность S_x^Y показывает, в какой степени изменение параметра x изменит величину Y (например, при $S_x^Y = 2$ изменение x на 1% изменит Y на 2%).

Для проведения анализа в качестве величины Y используем $N(\lambda, \chi)$, а в качестве параметра x используем λ и χ . Тогда из (2.16) с учетом (2.15) для чувствительностей $S_\chi^{N(\lambda, \chi)}$ и $S_\lambda^{N(\lambda, \chi)}$ получим:

$$S_\chi^{N(\lambda, \chi)} = \frac{44\lambda^{1,3}\chi[N_1(\lambda, \chi) - N_2(\lambda, \chi)]}{\pi N(\lambda, \chi)(\lambda^{2,6} + 484\chi^2)}, \quad (2.17)$$

$$S_\lambda^{N(\lambda, \chi)} = \frac{\lambda}{N(\lambda, \chi)} N(\lambda, \chi)'_\lambda. \quad (2.18)$$

Результаты расчета зависимости $S_\chi^{N(\lambda, \chi)}(\chi)$ для цилиндров с разными λ и зависимости $S_\lambda^{N(\lambda, \chi)}(\lambda)$ для цилиндров с разными χ по формулам (2.17) и (2.18), с учетом (2.15), приведены на рис. 22.

Обсуждение полученных результатов. Анализ результатов рис. 22, а и 22, б позволил установить закономерности изменения чувствительностей $S_\chi^{N(\lambda, \chi)}(\chi)$ и $S_\lambda^{N(\lambda, \chi)}(\lambda)$:

1. Чувствительность $S_\chi^{N(\lambda, \chi)}$ положительна, а чувствительность $S_\lambda^{N(\lambda, \chi)}$ отрицательна для любых λ и χ . Следовательно, уве-

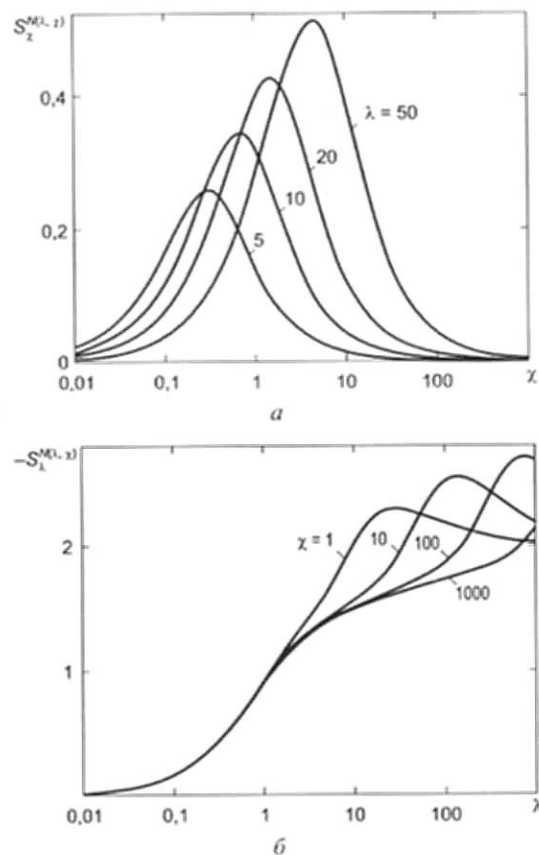


Рис. 22. Зависимости $S_\chi^{N(\lambda, \chi)}(\chi)$ – (а) и $S_\lambda^{N(\lambda, \chi)}(\lambda)$ – (б). Расчет по (2.17) и (2.18) для $\lambda = 5; 10; 20; 50$ (а) и $\chi = 1; 10; 100; 1000$ (б)

личение λ цилиндра и снижение χ его материала всегда приводит к уменьшению $N(\lambda, \chi)$ цилиндра.

2. Модуль чувствительности $S_\lambda^{N(\lambda, \chi)}$ монотонно возрастает от 0 при $\lambda = 0$, до максимума $-S_\lambda^{N(\lambda, \chi)}_{\max} > 2$, величина и расположение которого определяются значениями λ и χ , и при $\lambda \rightarrow \infty$ для любого χ стремится к 2 «сверху».

3. Изменение чувствительности $S_\chi^{N(\lambda, \chi)}$ при изменении χ от 0 до ∞ также происходит немонотонно. При $\chi \rightarrow 0$ и $\chi \rightarrow \infty$

чувствительность $S_{\chi}^{N(\lambda, \chi)} \rightarrow 0$ для любого λ . По мере увеличения χ для любого λ чувствительность $S_{\chi}^{N(\lambda, \chi)}$ возрастает до максимального значения, тем большего, чем больше λ , а затем стремится к 0 тем быстрее, чем меньше λ . При этом при $\lambda_1 > \lambda_2$ значение $S_{\chi}^{N(\lambda, \chi)}(\lambda_1)$ может быть больше или меньше $S_{\chi}^{N(\lambda, \chi)}(\lambda_2)$ в зависимости от χ .

Результаты проведенного анализа не могут быть изменены возможными попытками «уточнения» формулы (2.15). Они позволяют лучше понять влияние магнитных свойств и λ цилиндров на их N , чем рассуждения [110, 112, 114, 129, 133, 134].

Для оценки преобладающего влияния изменения размеров или магнитных свойств цилиндров на их $N(\lambda, \chi)$ предлагается использовать отношение $E(\lambda, \chi)$ чувствительности $S_{\lambda}^{N(\lambda, \chi)}$ к чувствительности $S_{\chi}^{N(\lambda, \chi)}$, определяемое по формуле:

$$E(\lambda, \chi) = -S_{\lambda}^{N(\lambda, \chi)}(\lambda, \chi) / S_{\chi}^{N(\lambda, \chi)}(\lambda, \chi). \quad (2.19)$$

Результаты расчета по формуле (2.19) зависимости параметра $E(\lambda, \chi)$ от λ цилиндров при разных значениях χ их материала представлены на рис. 23.

Полученные результаты позволяют определять соотношения между магнитными свойствами и размерами цилиндра, при выполнении которых влияние изменения магнитных свойств материала на N цилиндра пренебрежимо мало по сравнению с влиянием на N изменений размеров цилиндра.

Так, N цилиндра становится в 100 и более раз чувствительнее к изменению его размеров, чем магнитных свойств, для цилиндров с $\lambda \leq 1,17$ при $\chi = 1$; $\lambda \leq 5,2$ при $\chi = 10$; с $\lambda \leq 26,6$ при $\chi = 10^2$ и с $\lambda \leq 152$ при $\chi = 10^3$.

Используем формулу (2.15) для анализа влияния изменений χ материала цилиндров на относительные погрешности $\delta_{2.15}^{2.4}(\lambda, \chi)$ и $\delta_{2.15}^{2.9}(\lambda, \chi)$ расчета их $N(\lambda)$ по классическим формулам (2.4) и (2.9) относительно результатов расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндров по (2.15). Относительные отклонения $\delta_m^n(\lambda, \chi)$ между результатами $N_n(\lambda, \chi)$

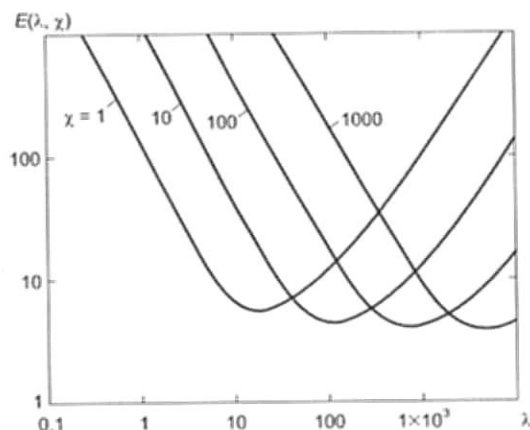


Рис. 23. Зависимости параметра $E(\lambda, \chi)$ от λ цилиндров при $\chi = 1; 10; 100$ и 1000 . Расчет по (2.19)

и $N_m(\lambda, \chi)$ вычисления $N(\lambda, \chi)$ по формулам или методикам (n) и (m) рассчитаны по формуле

$$\delta_m^n(\lambda, \chi) = [N_n(\lambda, \chi) - N_m(\lambda, \chi)] / N_m(\lambda, \chi). \quad (2.20)$$

Из (2.15), (2.4) и (2.9) с учетом (2.20), проведя преобразование, получим:

$$\delta_{2.15}^{2.4}(\lambda, \chi) = \left[\frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{k_2(\lambda)}{k_1(\lambda)} \right) \operatorname{arctg} \left(\frac{22\chi}{\lambda^{1.3}} + \frac{k_2(\lambda)}{k_1(\lambda)} \right) \right]^{-1} - 1, \quad (2.21)$$

$$\delta_{2.15}^{2.9}(\lambda, \chi) = - \left[1 + \left\{ \frac{2}{\pi} \left(\frac{k_1(\lambda)}{k_2(\lambda)} - 1 \right) \operatorname{arctg} \left(\frac{22\chi}{\lambda^{1.3}} \right) \right\}^{-1} \right]^{-1}. \quad (2.22)$$

Отметим, что $\delta_{2.15}^{2.4}(\lambda, \chi)$ всегда положительно, а $\delta_{2.15}^{2.9}(\lambda, \chi)$ — отрицательно, т. е. результаты расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндров по (2.4) всегда больше, а по (2.9) — всегда меньше действительных значений $N(\lambda, \chi)$. Формулы (2.21), (2.22) и результаты (рис. 24) расчета по ним зависимостей $\delta_{2.15}^{2.4}(\lambda, \chi)$ и $\delta_{2.15}^{2.9}(\lambda, \chi)$ при разных χ позволяют получить ответ на поставленный вопрос: на сколько больше или меньше.

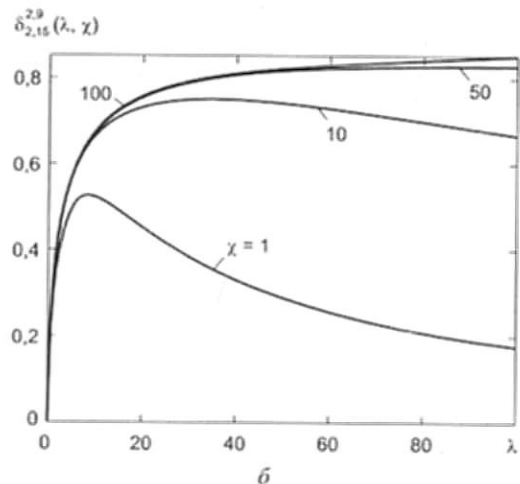
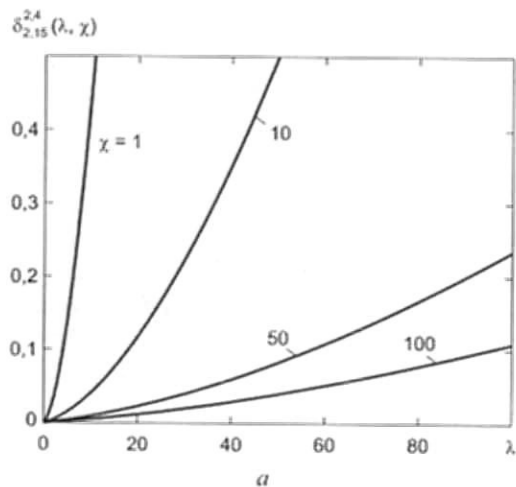


Рис. 24. Зависимости погрешностей $\delta_{2.15}^{2.4}(\lambda, \chi)$ — (а) и $\delta_{2.15}^{2.9}(\lambda, \chi)$ — (б) от λ цилиндров из материала с $\chi = 1; 10; 50$ и 100 . Расчет по (2.21) и (2.22)

Так, например, результаты расчета N цилиндров по (2.4) отличаются от действительных значений N цилиндров не более чем на 3%: для $\lambda = 2$ при $\chi \geq 1$; для $\lambda = 5$ при $\chi \geq 4,5$; для $\lambda = 10$ при $\chi \geq 13,5$; для $\lambda = 20$ при $\chi \geq 37$; для $\lambda = 50$ при $\chi \geq 133$. Следо-

вательно, для расчета N цилиндров с $\lambda \leq 20$ из магнитомягких материалов (по [83] — с $H_c \leq 4$ кА/м), намагниченных до намагниченности $M \leq 0,9M_s$, можно пользоваться формулой (2.4). Погрешность расчета N цилиндров при этом не превысит погрешности измерения N на стандартной аппаратуре [58].

Результаты расчета N цилиндров по (2.9) отличаются от действительных значений N не более чем на 3%: для $\lambda = 10$ при $\chi \leq 0,02$; для $\lambda = 50$ при $\chi \leq 0,075$; для $\lambda = 100$ при $\chi \leq 0,142$. Значит, формулой (2.9) можно пользоваться только для расчета N цилиндров с $\lambda \geq 10$ из слабомагнитных материалов ($\chi \leq 0,02$).

Во всех остальных случаях при известной χ материала цилиндров для расчета их N надо пользоваться формулой (2.15).

Удобно для практического анализа зависимости $\delta_{2.15}^{2.4}$ и $\delta_{2.15}^{2.9}$ на координатной плоскости (λ, χ) . Для изолиний $\delta_{2.15}^{2.4}(\lambda, \chi) = \text{const}$ и $\delta_{2.15}^{2.9}(\lambda, \chi) = \text{const}$ из (2.21) и (2.22) получим:

$$\chi(\lambda) = \frac{\lambda^{1,3}}{22} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} \left[\frac{\delta_{2.15}^{2.4}}{1 - k_2(\lambda)/k(\lambda)} + 1 \right] \right), \quad (2.23)$$

$$\chi(\lambda) = \frac{\lambda^{1,3}}{22} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} \left[\delta_{2.15}^{2.9} \left\{ \frac{k(\lambda)}{k_2(\lambda)} - 1 \right\}^{-1} \right] \right). \quad (2.24)$$

Значения $\delta_{2.15}^{2.4}$ в (2.23) положительны, а значения $\delta_{2.15}^{2.9}$ в (2.24) — отрицательны.

Результаты расчета по (2.23) и (2.24) изолиний и $\delta_{2.15}^{2.9}(\lambda, \chi) = \text{const}$ при $|\text{const}| = 0,01; 0,03$ и $0,05$ представлены на рис. 25.

Полученные результаты позволяют определять соотношения между магнитными свойствами и размерами цилиндра, при выполнении которых влияние изменения магнитных свойств материала на N цилиндра становится пренебрежимо малым (с заданной погрешностью) по сравнению с влиянием на N изменений размеров цилиндра. Чтобы узнать, с какой точностью можно рассчитать N цилиндра по формулам (2.4) или (2.9), надо определить положение точки с координатами λ, χ цилиндра относительно

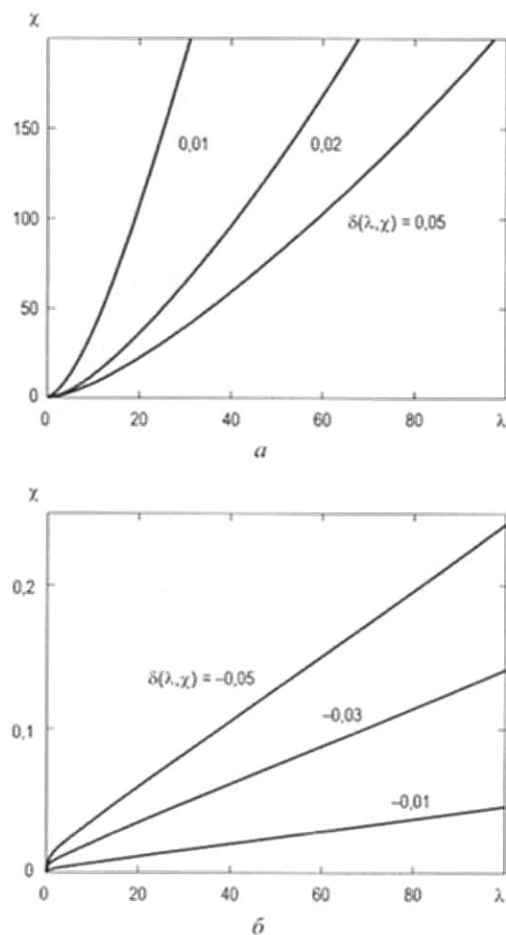


Рис. 25. Изолинии погрешностей $\delta_{2.15}^{2.4}$ (а) и $\delta_{2.15}^{2.9}$ (б) на плоскости (λ, χ) . Расчет по (2.23) и (2.24)

соответствующей изолинии. Например, для цилиндров с λ и χ , находящихся на координатной плоскости (λ, χ) рис. 25, а выше изолинии $\delta_{2.15}^{2.4}(\lambda, \chi) = 0,05$, погрешность расчета N цилиндра по формуле (2.4) относительно его действительного значения будет меньше 5%. Для цилиндров с λ и χ , находящихся на координатной плоскости (λ, χ) рис. 25, б ниже изолинии $\delta_{2.15}^{2.9}(\lambda, \chi) = -0,05$,

погрешность расчета N цилиндра по (2.9) относительно его действительного значения будет меньше 5%.

Таким образом, результаты проведенного расчета и анализа влияния магнитной проницаемости материала цилиндров на их размагничивающий фактор следующие:

1. Разработана, физически и математически обоснована формула (2.15), позволяющая рассчитать центральный коэффициент $N(\lambda, \chi)$ размагничивания цилиндра во всем возможном диапазоне изменения его размеров и магнитных свойств: $0 < \lambda < \infty$; $0 \leq \chi < \infty$. Показано, что в диапазоне $10 \leq \lambda \leq 100$; $1 \leq \chi \leq 100$ разработанная формула интерполирует результаты непосредственного расчета $N(\lambda, \chi)$ по классическим методикам с коэффициентом корреляции $R = 0,9995$ и средним относительным отклонением $\bar{\delta} \approx 1,6\%$.

2. С использованием разработанной формулы (2.15) получены формулы (2.17), (2.18), позволившие проанализировать чувствительность $N(\lambda, \chi)$ к изменениям магнитных свойств и размерам цилиндра. Определены соотношения параметров, при которых влиянием изменений магнитных свойств материала цилиндра на его $N(\lambda, \chi)$ можно пренебречь с заданной погрешностью.

3. С использованием формулы (2.15) получены формулы (2.21)–(2.24), позволившие проанализировать погрешность расчета $N(\lambda, \chi)$ цилиндра по классическим формулам (2.4) и (2.9). Показано, что для расчета N цилиндров с $\lambda \leq 20$ из намагниченных до намагниченности $M \leq 0,9M_s$, можно пользоваться формулой (2.4). Погрешность расчета N цилиндров при этом не превысит стандартной погрешности измерения N . Формулой (2.9) можно пользоваться только для расчета N цилиндров с $\lambda \geq 10$ из слабомагнитных ($\chi \leq 0,02$) материалов.

2.4. Формулы для расчета размагничивающего фактора призм

Разными авторами предложены [125] два способа вычисления баллистического коэффициента N размагничивания стержней прямоугольного сечения (рис. 26, а).

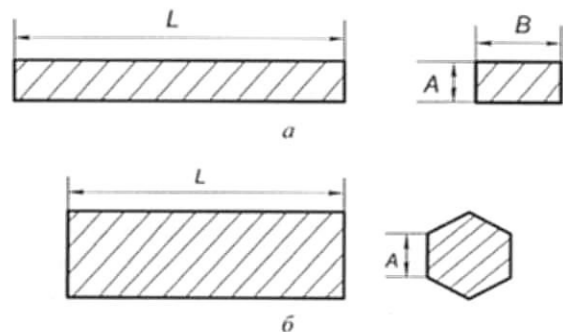


Рис. 26. Продольное и поперечное сечения призм: а – пластина (прямоугольный параллелепипед) длиной L , шириной B и толщиной A ; б – многогранник (шестигранник) длиной L и шириной грани A

По первому способу N стержня вычислялся по формуле для эллипсоида вращения такой же длины и площади среднего сечения, что и стержень. По второму – по формуле для вписанного трехосного эллипсоида [144]. По оценкам [125] обе формулы дают значительные погрешности.

Вычисление N сплошных и пустотелых стержней, имеющих произвольную форму сечения, предложено [121, 22, 124] осуществлять по формулам для сплошного цилиндра, площадь сечения которого равна площади S металла в сечении стержня, ортогональном направлению намагничивающего поля. Применение этого подхода позволяет рекомендовать вычислять N сплошных и пустотелых стержней длиной L , имеющих произвольную форму сечения, при намагничивании параллельно стороне L , по формуле (2.4), в которую вместо λ подставлять его «эффективное» значение $\lambda_{\text{эф}}$, равное

$$\lambda_{\text{эф}} = 0,5L\sqrt{\pi/S}. \quad (2.25)$$

Для сплошных стержней прямоугольного сечения со сторонами A и B (рис. 26, а):

$$\lambda_{\text{эф}} = 0,5L\sqrt{\pi/(AB)} = 0,5\lambda'\sqrt{\pi/\gamma},$$

где $\lambda' = L/A$; $\gamma = B/A$. (2.26)

Сопоставление результатов расчета N сплошных и наборных (отмечены*) стержней прямоугольного сечения (пластин) по формулам (2.4) и (2.25) с известными по [114, 123, 125] результатами измерения N пластин проведено в табл. 5.

Таблица 5. Сопоставление расчетных по (2.4), (2.25) и экспериментальных данных для N сплошных и наборных стержней прямоугольного сечения

№ п/п	Источник информации, таблица, № образца	Размер					$N_{\text{исп}}$	Результаты расчета		
		L , мм	B , мм	A , мм	γ	S , мм ²		$\lambda_{\text{эф}}$, (2.25)	N , (2.4), (2.25)	σ , % (2.7)
1	[123], т. 4, № 4	281	40	20	2	800	0,3111	0,88	0,309	-0,7
2	[123], т. 4, № 1	35,3	35	35	1	1225	0,3143	0,894	0,305	-2,9
3	[123], т. 4, № 6	24,8	60	10	6	600	0,2682	0,897	0,304	+13,4
4	[123], т. 4, № 7	32,2	60	10	6	600	0,2212	1,165	0,240	+8,3
5	[123], т. 4, № 5	49,1	60	10	6	600	0,1138	1,776	0,154	+35,3
6	[123], т. 4, № 2	30	15	15	1	225	0,1432	1,777	0,154	+7,8
7	[123], т. 4, № 3	57	40	20	2	800	0,1265	1,786	0,153	+21,0
8	[114], т. 8, № 9	30	3	0,2	15	0,6	0,002085	34,32	0,002178	+4,5
9	[114], т. 9, № 5	30	3	0,2	15	0,6	0,00227	34,32	0,002178	-4,0
10	[114], т. 10, № 2	297	10	10	1	56'	0,002284	35,17	0,002093	-8,4
11	[114], т. 10, № 1	297	10	5	2	28'	0,001241	49,74	0,00118	-4,9
12	[114], т. 8, № 8	49	3	0,2	15	0,6	0,000995	56,1	0,0009662	-2,9
13	[125], т. 2, № 3	49,1	3	0,2	15	0,6	0,0009947	56,2	0,0009629	-3,2
14	[114], т. 9, № 6	30	3	0,06	50	0,18	0,000690	62,7	0,000801	+16,1
15	[114], т. 8, № 7	70	3	0,2	15	0,6	0,000531	80,1	0,0005289	-0,5
16	[114], т. 8, № 1	150	3	0,5	6	1,5	0,0003645	108,54	0,0003136	-14,0
17	[114], т. 9, № 4	50	3	0,06	50	0,18	0,0002793	104,4	0,0003351	+20,0
18	[114], т. 9, № 3	100	3	0,2	15	0,6	0,0002841	114,4	0,0002863	+0,7
19	[125], т. 2, № 3	100,3	3	0,2	15	0,6	0,003088	114,7	0,0002848	-7,77
20	[114], т. 8, № 2	150	3	0,37	8,11	1,11	0,0002403	126,18	0,0002416	+0,6
21	[114], т. 8, № 5	120	3	0,2	15	0,6	0,000218	137,3	0,0002086	-4,3
22	[114], т. 9, № 2	120	3	0,2	15	0,6	0,0002045	137,3	0,0002086	-2,0
23	[114], т. 9, № 2	120	3	0,2	15	0,6	0,0002045	137,3	0,0002086	-2,0
24	[114], т. 8, № 3	150	3	0,2	15	0,6	0,0001432	171,6	0,0001412	-1,4
25	[114], т. 9, № 1	150	3	0,2	15	0,6	0,0001432	171,6	0,0001412	-1,4
26	[125], т. 2, № 1	150	3	0,2	15	0,6	0,0001353	171,6	0,0001412	+4,4
27	[114], т. 8, № 4	150	3	0,1	30	0,3	0,000074	242,7	0,0000767	+3,6

Для сплошных правильных n – угольников со стороной A (рис. 26, б):

$$\lambda_{\text{эф}} = \lambda' \cdot \sqrt{\pi[\text{tg}(\pi/n)]/n}. \quad (2.27)$$

Отметим в целом удовлетворительное согласование расчета и эксперимента с учетом возможных методических погрешностей измерения. Учитывая, что результаты расчета по (2.4) и (2.25) и в предельных случаях изменения размеров пластин приводят к физически верным результатам, можно рекомендовать формулы (2.4), (2.25) для вычисления N сплошных или наборных стержней произвольной формы сечения.

При выполнении этой рекомендации следует учесть, что для тонких пластин при $\gamma > 80$ (например, для образцов № 1–3 из табл. 3 в [125]) наблюдается превышение (от 30 до 60%) результатов расчета по (2.4), (2.25) над экспериментальными результатами.

М. А. Розенблатом [125] и А. Г. Сливинской [123] для вычисления N пластин и сплошных стержней, имеющих произвольную форму сечения, предложен другой подход. Он основан на вычислении N стержней по формулам для сплошного цилиндра, периметр которого равен периметру сечения стержня, ортогонально направлению намагничивающего поля. Но полученные на его основе в [125] и [123] формулы приводят к существенно большим погрешностям (в ряде случаев – до 300%) при описании экспериментальных результатов измерения N пластин, параметры которых представлены в табл. 5. Поэтому полученные в [125] и [123] формулы не рекомендованы для использования в расчетах N пластин и сплошных стержней произвольного сечения. Это отметил впоследствии [114] и сам М. А. Розенблат. Но предложенная им в [114] формула для вычисления N пластин и стержней, учитывающая влияние изменений площади их поперечного сечения, предназначена лишь для вычисления N «протяженных» объектов ($\lambda_{\text{эф}} \geq 10$).

«Универсальная» формула «для расчета N эллипсоидов, цилиндров и пластин» [105, 130] применима в ограниченном диапазоне изменения размеров пластин. В ее основу положена модификация не формулы (2.4), действующей во всем диапазоне

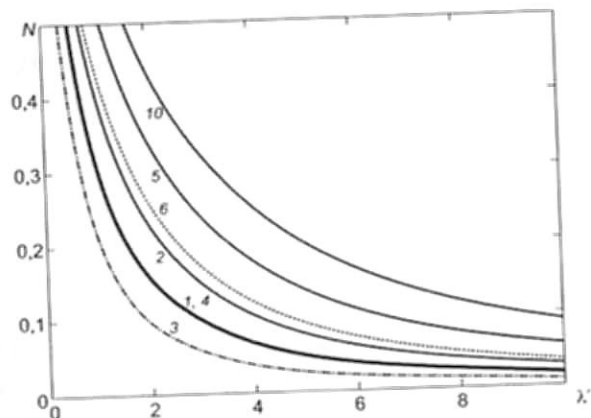


Рис. 27. Результаты расчета зависимостей $N(\lambda')$ по формулам (2.4) и (2.26), (2.27) для правильных 3-, 4- и 6-угольников (соответственно кривые 3, 4 и 6) и пластин при соотношениях сторон их сечения $\gamma = 1, 2, 5$ и 10 (соответственно кривые 1, 2, 5 и 10)

изменения λ , а формулы из [114], применимой лишь для «протяженных» объектов. Кроме того, подбор коэффициентов в этой формуле осуществлен путем «статистической обработки» данных ограниченного количества экспериментов без учета их методической погрешности. Поэтому даже в заявленном диапазоне действия применение «универсальной» по [105, 130] формулы для расчета N пластин не улучшает описание экспериментальных результатов по сравнению с использованием формул (2.4), (2.25).

На рис. 27 в качестве примера использования формул (2.4) и (2.26), (2.27) представлены результаты расчета по ним зависимостей $N(\lambda')$ для правильных многоугольников и пластин в диапазоне изменения $0 \leq \lambda' \leq 10$.

Физической моделью сердечников феррозондов, стальных и чугуновых изделий, физико-механические свойства и структура которых контролируются магнитным методом, может быть полый цилиндр (трубка) из ферромагнитного материала. Проанализируем размагничивающий фактор N таких объектов в разных условиях намагничивания.

3.1. Интерполяционные формулы для расчета размагничивающего фактора полых цилиндров, намагничиваемых параллельно образующей [37]

Размеры полого цилиндра будем характеризовать параметрами $\lambda = L/D$ и $h = 2\tau/D$ (рис. 28). Проанализируем известные методики и вытекающие из них с учетом введенных обозначений формулы для расчета N полых цилиндров.

В [115, 132] с использованием аппроксимации (2.2) [109] распределения магнитных зарядов по поверхности цилиндра получены формулы для расчета внешних полей полых цилиндров и критерии их подобия. Формулы предназначены для расчета поля на удалении от поверхности цилиндров. Формул для расчета N полых цилиндров не получено.

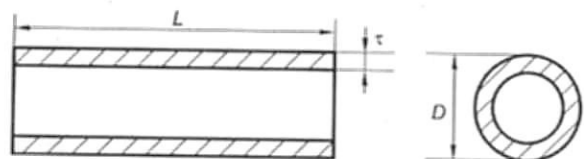


Рис. 28. Продольное и поперечное сечения полого цилиндра: L – длина, D – наружный диаметр, τ – толщина стенки

Рекомендация [121, 22, 124] вычисления N пустотелых стержней по формулам для сплошного цилиндра, площадь сечения которого равна площади металла в сечении стержня, позволяет получить для вычисления N полого цилиндра формулу:

$$N \approx N_{\Sigma}(\lambda_1 \text{эф})k(\lambda_1 \text{эф}), \quad (3.1)$$

где $\lambda_1 \text{эф} = \lambda / \sqrt{h(2-h)}$.

А. Г. Сливинской [123] предложен подход для вычисления проницаемости формы полых цилиндров по формулам для сплошного цилиндра эквивалентного периметра. Совместно с использованием формулы (2.4) для расчета N сплошных цилиндров такой подход позволил получить [145] следующую формулу для вычисления N полых цилиндров:

$$N \approx h(2-h)N_{\Sigma}(\lambda)k(\lambda). \quad (3.2)$$

В [36] расчет размагничивающего поля на оси полого цилиндра предложено вести с использованием «условного» коэффициента размагничивания N' , равного разности N цилиндров, имеющих диаметры, равные наружному и внутреннему диаметрам полого цилиндра. Такой подход позволяет получить для N' полого цилиндра:

$$N' = N_{\Sigma}(\lambda)k(\lambda) - N_{\Sigma}(\bar{\lambda})k(\bar{\lambda}), \quad (3.3)$$

где $\bar{\lambda} = \lambda / (1-h)$.

Отметим, что все рассматриваемые подходы при $h = 1$ (когда толщина стенки полого цилиндра равна его радиусу) приводят к формулам для расчета N сплошного цилиндра. При $h \rightarrow 0$ и любом конечном значении λ рассчитанная по (3.1)–(3.3) величина $N \rightarrow 0$, что также соответствует физике намагничивания полого цилиндра.

В [146, 147] полый цилиндр при расчете его N заменен эквивалентным полым эллипсоидом, полость которого соосна с внешней эллипсоидальной поверхностью. Условием замены приняты идентичность материалов, равенство объемов, приведенных относительных длин и отношений площадей полостей к площадям сечений полого цилиндра и эквивалентного полого эллипсоида.

Полученная в [146, 147] формула для расчета N полого цилиндра из материала с $\mu \rightarrow \infty$ во введенных обозначениях имеет вид:

$$N \approx 0,765h\sqrt[3]{(2-h)(3-3h+h^2)^2} N_3(\lambda). \quad (3.4)$$

Формула (3.4) методически не верна. При $h = 1$ (3.4) приводит не к N сплошного цилиндра, а к величине $0,765N_3(\lambda)$.

В табл. 6 сопоставлены результаты вычисления N полого цилиндра по (3.1)–(3.4) с известными [124, 125] экспериментальными результатами. Диапазон изменения параметров λ и h экспериментальных образцов ($0,6 \leq \lambda \leq 50$ и $0,1 \leq h \leq 0,5$) достаточно полно охватывает практически важный диапазон их изменения. Погрешность σ расчета N полого цилиндра по формулам (3.1)–(3.4) вычислена по формуле (2.7).

Таблица 6. Сопоставление результатов измерения N полых цилиндров по [124] и [125] с расчетом по (3.1)–(3.4)

№ п/п	Источник информации	Размеры образцов, мм			Параметры		N (эксперимент)	Отклонение σ , % результатов расчета и эксперимента			
		L	D	τ	λ	h		Расчет по формулам			
								(3.1)	(3.3)	(3.4)	(3.2)
1	[125]	25,5	41,7	5,1	0,612	0,245	0,2037	+44,3	-61,7	-8,4	-14,0
2	[125]	20,1	20,2	5,1	0,995	0,505	0,2208	+10,5	-48,4	-3,1	-4,6
3	[125]	40,7	30,0	2,75	1,357	0,183	0,0634	+72,6	-37,8	+26,6	+5,8
4	[125]	39,0	26,2	3,1	1,489	0,237	0,0755	+51,0	-36,4	+20,2	+3,3
5	[125]	59,0	26,2	3,1	2,252	0,237	0,0457	+46,6	-27,8	+28,8	+7,5
6	[125]	85,9	26,2	3,1	3,416	0,237	0,0270	+40,7	-22,2	+32,4	+7,4
7	[124]	76,0	2,7	0,15	28,15	0,111	0,000641	+29,2	-18,4	+21,1	-1,6
8	[124]	60,0	2,0	0,10	30,0	0,100	0,000551	+24,1	-22,5	+15,1	-6,5
9	[124]	100	2,0	0,10	50,0	0,100	0,000232	+22,8	-22,8	+14,6	-4,2

Анализ полученных результатов показывает, что расчет N полого цилиндра по (3.3) приводит к заниженным значениям по сравнению с экспериментом. Погрешность σ возрастает с уменьшением λ . Это понятно из общих физических представлений – напряженность размагничивающего поля на оси полого цилиндра меньше напряженности размагничивающего поля в ее сечении. При $\lambda \rightarrow 0$ величина N , вычисленная по (3.3), стремится к 0

для любого h . Это верно для «условного» коэффициента размагничивания на оси трубки, но для центрального коэффициента размагничивания N полого цилиндра не верно. Поэтому применение (3.3) для расчета N полого цилиндра не целесообразно.

Расчет N полого цилиндра по (3.1) приводит к завышенным по сравнению с экспериментальными данными значениям. Это, как отмечено в [36], следствие методической неправомерности применения к полым цилиндрам предложенного в [121, 22, 124] подхода расчета N стержней произвольного сечения. Как показано и в исследованиях [115, 132], предложенный в [121, 22, 124] подход применим к расчету внешних полей ферромагнитных объектов произвольного сечения на достаточно больших расстояниях от их поверхности. Но при расчете размагничивающего поля внутри намагниченного объекта такой подход приводит к неточным результатам. При $\lambda \rightarrow 0$ величина N , вычисленная по (3.1), стремится к 1 для любого h , что физически верно. Но погрешность расчета N полого цилиндра по (3.1) растет с уменьшением длины полого цилиндра и достигает +73% при $\lambda \approx 1,3$ (образец № 3 в табл. 6). Это делает применение (3.1) для расчета N полого цилиндра нецелесообразным.

Хорошее совпадение с экспериментальными результатами в исследованном диапазоне изменения λ и h обеспечивает расчет N полого цилиндра по (3.2). Практически во всем исследованном диапазоне изменения λ и h полых цилиндров расхождение результатов расчета с экспериментальными данными не превышает $\pm 7,5\%$. Это, как отмечено выше при анализе экспериментальных результатов измерения N сплошных цилиндров, практически находится в пределах возможной погрешности экспериментов.

Расчет N полого цилиндра по (3.4) обеспечивает удовлетворительное совпадение с экспериментальными результатами в исследованном диапазоне изменения размеров экспериментальных образцов (табл. 6). Однако наличие относительно большого (20–30%) расхождения расчета и эксперимента для большинства образцов (№ 3–7 из табл. 6) заставляет воздержаться от использования (3.4) для расчета N полого цилиндра, так как расчет N по (3.2) приводит к результатам, лучше совпадающим с экспериментальными.

Формула для расчета N полых цилиндров, полученная в [148], также не рекомендуется для использования в технических расчетах N коротких полых цилиндров из-за чрезмерной сложности (содержит не берущиеся двойные интегралы) и неточности описания экспериментальных результатов, связанной с упрощениями расчетной модели.

Сопоставление результатов расчета N полых цилиндров по (3.2) с экспериментальными результатами, представленными в [148, 149], проведено в табл. 7.

Представленные в табл. 7 результаты показывают, что формула (3.2) с достаточной для практики точностью описывает все

Таблица 7. Сопоставление выделенных жирным шрифтом результатов расчета N полых цилиндров по (3.2) с экспериментальными результатами по [148]* и [149]**

$\lambda \backslash \tau$	1	0,8	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1
0,2	0,709	0,681	0,595 0,5**	0,452 0,4**	0,362	0,255 0,26**	0,135
0,4	0,532	0,51	0,446 0,36**	0,34 0,29**	0,271	0,191 0,17**	0,101
1	0,276 0,257*	0,265 0,2509*	0,232 0,2161* 0,19**	0,177 0,1726* 0,15**	0,147 0,1296*	0,099 0,0975* 0,082**	0,053 0,0483*
2	0,134 0,125*	0,129 0,1213*	0,113 0,1053* 0,1**	0,086 0,0814* 0,08**	0,069 0,0633*	0,048 0,0451* 0,042**	0,026 0,02416*
3	0,082 0,0782*	0,079 0,0741*	0,069 0,0649*	0,052 0,05*	0,042 0,0391*	0,029 0,02807*	0,016 0,01477*
4	0,056	0,054	0,047 0,05**	0,036 0,038**	0,029	0,020 0,021**	0,011
5	0,041 0,0407*	0,040 0,0389*	0,035 0,0337*	0,026 0,02621*	0,021 0,02009*	0,015 0,01459*	0,0078 0,00797*
7	0,026 0,0254*	0,025 0,0245*	0,021 0,02133*	0,016 0,01592*	0,013 0,01235*	0,0092 0,00995*	0,00485 0,00462*
10	0,015 0,01495*	0,014 0,01455*	0,013 0,01249*	0,0097 0,00943*	0,0077 0,00721*	0,0054 0,00527*	0,00287 0,002372*
15	0,0814 0,0794*	0,007816	0,006839	0,0052 0,005*	0,004152 0,00375*	0,00293 0,002499*	0,001547

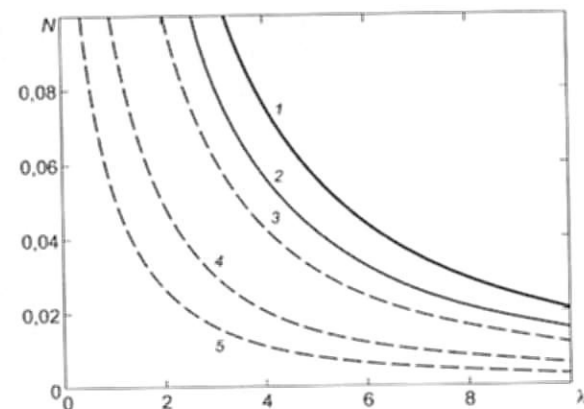


Рис. 29. Результаты расчета N эллипсоида вращения (кривая 1), сплошного цилиндра (кривая 2) и полых цилиндров при $h = 0,5; 0,2$ и $0,1$ (соответственно кривые 3, 4 и 5) в диапазоне изменения $0,2 \leq \lambda \leq 10$. Расчет по (1.74), (2.4) и (3.2)

экспериментальные точки, в том числе и при $\lambda = 0,2$. Это особенно важно, так как при $\lambda \rightarrow 0$ рассчитанная по (3.2) величина N стремится не к 1 для любого $h \neq 0$, а к значению $h(2-h)$, что физически не верно. Тем не менее это не сказывается на высокой точности описания экспериментальных данных (табл. 6 и 7) измерения N полых цилиндров в диапазоне изменения их λ ($0,2 \leq \lambda \leq 50$).

На рис. 29 результаты расчета по (3.2) N полых цилиндров с различной толщиной стенки в диапазоне изменения $0,2 \leq \lambda \leq 10$ сопоставлены с результатами расчета N эллипсоида вращения по (1.74) и сплошного цилиндра по (2.4).

Таким образом, результаты анализа позволяют рекомендовать для использования в практических расчетах центрального коэффициента N размагничивания полых цилиндров с $\lambda \geq 0,2$ из материала с высокой магнитной проницаемостью формулу (3.2).

3.2. Интерполяционная формула для расчета намагничивающего фактора коротких полых цилиндров, намагниченных вдоль образующей [39]

Для реализации возможности анализа и оптимизации режимов намагничивания электротехнических устройств и изделий в форме коротких полых цилиндров разработаем формулу, применимую для расчета центрального коэффициента намагничивания N полых цилиндров из материала с высокой магнитной проницаемостью, намагничиваемых параллельно образующей и имеющих отношение λ длины к наружному диаметру меньше, чем 0,2.

Рассмотрим (рис. 30) полый цилиндр длиной L , наружным диаметром D и толщиной τ стенки.

Размеры цилиндра будем характеризовать параметрами $\lambda = L/D$ и $h = 2\tau/D$. Напряженность H_e намагничивающего поля, направленного параллельно образующей цилиндра (рис. 30), будем считать изменяющейся в пределах, когда материал цилиндра можно охарактеризовать магнитной проницаемостью $\mu \gg 1$.

Для расчета N эллипсоида вращения с отношением осей λ , намагниченного вдоль оси вращения, получена точная формула (1.72). Для расчетов N сплошного и полого цилиндра из материала с $\mu \gg 1$ при намагничивании параллельно образующей рекомендованы формулы (2.4) и (3.2). Но при $\lambda \rightarrow 0$ рассчитанная по (3.2) величина N стремится не к 1 для любого $h \neq 0$, а к значению $h(2-h)$, что физически не верно. Поэтому формула (3.2) рекомендована для расчета N полых цилиндров с $\lambda \geq 0,2$. При $\lambda < 0,2$ формула (3.2) не может быть рекомендована для расчета N полых цилиндров.

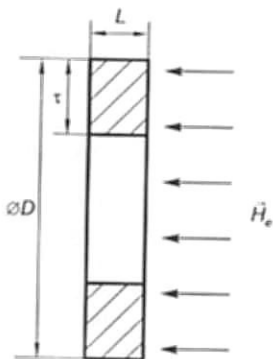


Рис. 30. Продольный разрез намагниченного полого цилиндра: \vec{H}_e – вектор намагничивающего поля, параллельного образующей цилиндра. L – длина, D – наружный диаметр, τ – толщина стенки

Для диапазона $\lambda \leq 0,2$ изменения λ полых цилиндров рекомендована следующая интерполяционная формула [39]:

$$N \approx 1 / (1 + \beta \lambda^\epsilon), \quad (3.5)$$

где $\epsilon = 0,3075 \left[1 + \sqrt{\left[\frac{1,41}{h(2-h)} - 1 \right]} \right]$, $\beta = 5^\epsilon \left[\frac{1,41}{h(2-h)} - 1 \right]$. (3.6)

Интерполяция (3.5) выбрана из условия получения физически верных значений $N = 1$ при $\lambda = 0$ и $N = 0$ при $\lambda \rightarrow \infty$ для любого h и простоты интерполяционной функции. Значения коэффициентов ϵ и β (3.6) для функции (3.5) получены исходя из обеспечения равенства результатов расчета N полых цилиндров при $\lambda = 0,2$ по формулам (3.2) и (3.5), а также исходя из условия равенства производных по λ этих зависимостей в точке $\lambda = 0,2$.

Обоснование правомерности вычисления N короткого полого цилиндра по (3.5). Результаты расчета зависимостей $N(\lambda)$ по формулам (3.1), (3.2) и (3.5) при $0 \leq \lambda \leq 0,2$ сопоставлены на рис. 31.

На рис. 31 видно, что при $\lambda \rightarrow 0$ расчеты по (3.1) и (3.5) обеспечивают физически верное значение $N = 1$ для любых h . Результаты

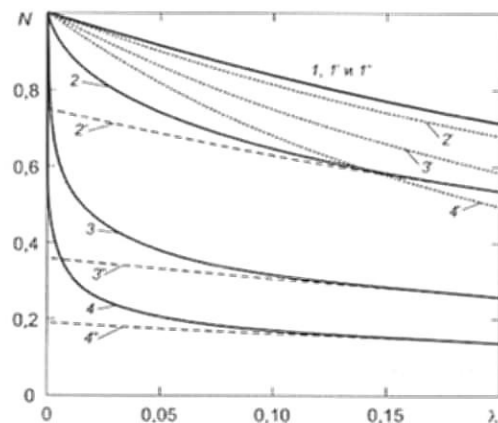


Рис. 31. Результаты расчета по формулам: (3.1) – кривые с одним штрихом, (3.2) – кривые с двумя штрихами и (3.5) – кривые без штрихов, зависимостей $N(\lambda)$ при $0 \leq \lambda \leq 0,2$ для $h = 1$ (кривые 1; 1'; 1'' совпадают), $h = 0,5$ (кривые 2; 2'; 2''), $h = 0,2$ (кривые 3; 3'; 3'') и $h = 0,1$ (кривые 4; 4'; 4'')

расчета по (3.2) при $\lambda \rightarrow 0$ приводят к значению $N = h(2 - h)$. Но при $\lambda = 0,2$ и $h \neq 1$ результаты расчета N по (3.1) могут в несколько раз отличаться от значений N , рассчитанных по экспериментально проверенной для этого значения λ формуле (3.2). Результаты же расчета N полых цилиндров по (3.5) и (3.2) в диапазоне изменения $0,1 \leq \lambda \leq 0,2$ практически совпадают.

Правомерность использования формулы (3.5) в практических расчетах N полых цилиндров при $\lambda \leq 0,2$ обоснована также (рис. 31) совпадением результатов расчета по (3.5) при $h = 1$ с результатами расчета N сплошного цилиндра по (2.4) во всем диапазоне изменения $0 \leq \lambda \leq 0,2$ (расхождение в результатах расчета по этим формулам, возникающее за счет округления коэффициентов в (3.5), не превышает 0,23 %). При $h = 0$ расчет N полого цилиндра по (3.5) обеспечивает физически верное значение $N = 0$ для любых λ .

В качестве примера эффективности использования (3.5) в практических расчетах проанализируем влияние размеров кольцевого постоянного магнита из материала с коэрцитивной силой H_c и остаточной намагниченностью M_r на напряженность магнитного поля H_0 , создаваемого им на своей оси в центре симметрии. Для упрощения расчета будем считать, что магнит предварительно намагничен в замкнутой магнитной цепи до технического насыщения, а его N при $\lambda \leq 0,2$ достаточно велик (выполняется условие $NM_r \gg H_c$). В этих условиях для расчета остаточной намагниченности M_d магнита в его центральном сечении можно [22, 23] воспользоваться приближенной формулой

$$M_d \approx H_c / N. \quad (3.7)$$

Увеличение H_c материала магнита или уменьшение его N потребует использования более точных, чем (3.7), формул. Но это не отражается на примере эффективности использования формулы (3.5) в технических расчетах.

В [36] показано, что расчет размагничивающего поля на оси полого цилиндра можно вести по формуле (3.3) с использованием «условного» коэффициента размагничивания N' , равного разности N цилиндров, имеющих диаметры, равные наружному и внутреннему диаметрам полого цилиндра.

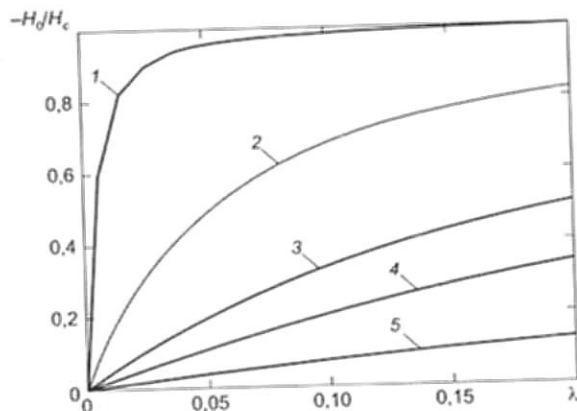


Рис. 32. Зависимость напряженности H_0 магнитного поля в центре симметрии на оси кольцевого постоянного магнита из материала с коэрцитивной силой H_c , намагниченного вдоль образующей, от изменения λ магнита в диапазоне $0 \leq \lambda \leq 0,2$ при $d = 0,99$ (1); 0,9 (2); 0,7 (3); 0,5 (4) и 0,2 (5). Расчет по (3.8)

Тогда, учитывая (3.7) и (3.3), получим:

$$H_0 \approx -H_c N' / N. \quad (3.8)$$

Знак «-» в (3.8) означает, что направление H_0 противоположно направлению M_d магнита.

На рис. 32 представлены результаты расчета по (3.8) влияния на H_0 изменения λ магнита в диапазоне $0 \leq \lambda \leq 0,2$ при разных d .

Результаты показывают, например, что при $h = 0,99$ поле H_0 составляет 95% от H_c уже при $\lambda = 0,07$, а при $h = 0,5$ поле H_0 даже при $\lambda = 0,2$ не превышает 35% от H_c . Проведенный анализ оказался возможен только с использованием разработанной формулы (3.5) для расчета N короткого полого цилиндра.

Таким образом, результаты проведенного анализа позволяют рекомендовать для использования в практических расчетах центрального коэффициента N размагничивания полых цилиндров с $0 \leq \lambda \leq 0,2$ из материала с высокой магнитной проницаемостью разработанную интерполяционную формулу (3.5). При $\lambda = 0$ результаты расчета N полого цилиндра по (3.5) приводят к физически верному значению $N = 1$ для любого h . При $h = 0$ расчет N

полого цилиндра по (3.5) обеспечивает физически верное значение $N = 0$ для любых λ . При $h = 1$ и $0 \leq \lambda \leq 0,2$ результаты расчета N по (3.5) приводят к результату вычисления N по формуле (2.4) для сплошного цилиндра. В диапазоне изменения $0,1 \leq \lambda \leq 0,2$ для любого h результаты расчета N полых цилиндров по (3.5) практически совпадают с результатами расчета по формуле (3.2), рекомендованной для расчета N полого цилиндра в диапазоне изменения $0,2 \leq \lambda \leq 50$ и $0 \leq h \leq 1$. Совпадают также и производные по λ функций (3.5) и (3.2) в точке $\lambda = 0,2$ для любого h .

3.3. Анализ интерполяционных формул для расчета размагничивающего фактора N_{\perp} полых цилиндров, намагниченных ортогонально образующей [38]

Полый цилиндр из материала с высокой магнитной проницаемостью, находящийся в однородном магнитном поле, ортогональном его образующей, служит физической моделью многих электротехнических и промышленных объектов: индукционных датчиков, сердечников измерительных трансформаторов и феррозондов, магнитных экранов, колец подшипников, муфт и других изделий при магнитном контроле их качества. Параметром, определяющим процесс намагничивания и функционирования этих объектов, является их центральный коэффициент N_{\perp} размагничивания. Известные формулы для расчета N_{\perp} не позволяют получить физически верные и совпадающие с экспериментом результаты во всем диапазоне соотношения размеров полых цилиндров. Это затрудняет оптимизацию размеров электротехнических устройств на базе полых цилиндров, режимов намагничивания промышленных изделий такой формы. Проанализируем диапазон применимости известных формул для расчета N_{\perp} полых цилиндров из материала с высокой магнитной проницаемостью. Разработаем формулу, применимую для расчета N_{\perp} во всем возможном диапазоне изменения соотношения размеров полых цилиндров.

Рассмотрим полый цилиндр длиной L , наружным диаметром D и толщиной τ стенки, намагничиваемый ортогонально образующей (рис. 33).

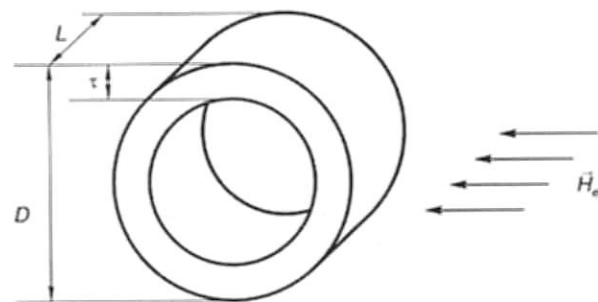


Рис. 33. Вводимые обозначения размеров полого ферромагнитного цилиндра: L – длина, D – наружный диаметр, τ – толщина стенки, \vec{H}_e – вектор намагничивающего поля при намагничивании цилиндра ортогонально образующей

Размеры цилиндра будем характеризовать параметрами $\lambda = L/D$ и $h = 2\tau/D$. Напряженность H_e намагничивающего поля считаем изменяющейся в пределах, когда материал полого цилиндра можно характеризовать магнитной проницаемостью $\mu \gg 1$.

3.3.1. Анализ формул для расчета N_{\perp} полых цилиндров и результатов его измерения

Проанализируем формулы для расчета N_{\perp} полых цилиндров, получаемые с учетом введенных обозначений из формул, рекомендуемых [150–153] для расчета проницаемости формы m кольцевых сердечников феррозондов. Из полуэмпирической формулы, предложенной в [151] для вычисления m , получим:

$$N_{\perp} \approx \frac{1}{4} \left(\frac{\sqrt{\lambda h}}{1 - 0,5h} \right)^{1,5}. \quad (3.9)$$

Расчет [151] зависимости чувствительности кольцевого феррозонда от напряженности поля возбуждения по формулам, использующим (3.9), по сообщению авторов [151], хорошо согласуется с результатами экспериментов при $0,0002 \leq \lambda h \leq 0,25$.

Из формулы, полученной в [152] для m кольцевого сердечника, получим:

$$N_{\perp} \approx \frac{\lambda h \ln \left(2\sqrt{\pi} \frac{1-0,5h}{\sqrt{\lambda h}} \right)}{\pi(1-0,5h)^2}. \quad (3.10)$$

Авторы [152] предполагают возможность использования (3.10) в более широком (в сторону уменьшения параметров) диапазоне изменения λ и h , чем формулы (3.9).

Из формулы, предложенной в [153] для m кольцевого сердечника, получим:

$$N_{\perp} \approx \left(\frac{4\sqrt{\lambda h}}{\pi^{1,5}(1-0,5h)} \right)^{1,72}. \quad (3.11)$$

Авторы [151–153] указывают на расхождение $\pm 10\%$ между вычисленными по предложенным ими формулам значениями m сердечников феррозондов и результатами экспериментов. Авторы [150] недостаток этих формул видят в том, что в них не учтено влияние отношения поперечных размеров сердечника на результаты расчета. Они рекомендуют формулу для баллистического коэффициента размагничивания сплошных и наборных стержней прямоугольного сечения, предложенную в [114] на основе введения в формулу (1.76) поправочных коэффициентов, использовать и для расчета m кольцевых сердечников феррозондов.

Из формулы, полученной в [150] для m кольцевого сердечника, получим:

$$N_{\perp} \approx \frac{2\lambda h}{1,28\pi} \left(\ln \frac{3,6}{\lambda + 0,5h} - 1 \right). \quad (3.12)$$

Формула для m кольцевого сердечника, из которой получено (3.12), в [150] сопоставлена с формулами для m сердечника, из которых получены (3.9)–(3.11), а также формулой Лангвагена для m колец прямоугольного сечения при $h \ll \lambda < 0,25$, из которой:

$$N_{\perp} \approx \frac{\lambda h}{\pi} \left(\ln \frac{1-0,5h}{\lambda} + 1,1 \right). \quad (3.13)$$

Отметим общее свойство формул (3.9)–(3.13). Они пригодны лишь для расчета N_{\perp} полых цилиндров в узкой области малых

значений λ и h . С увеличением λ они не только не обеспечивают необходимой точности расчета, но и теряют физический смысл. С учетом экспериментальных данных, представленных в [150], погрешность определения m замкнутых сердечников по формуле, на основании которой получено (3.12), оценена авторами в 7–10% для диапазона $0,00003 < \lambda h < 0,00013$.

При экспериментальной проверке [154] результатов расчета по (3.12) N_{\perp} полых цилиндров и колец подшипников из стали ШХ15 в диапазоне изменения $0,05 \leq \lambda \leq 0,8$ и $0,045 \leq h \leq 0,8$ установлено, что применение (3.12) для расчетов N_{\perp} с ошибкой $\pm 5\%$ возможно при $0,04 < \lambda h < 0,16$. Для других λh ошибка может достигать 50%. Авторы [154] объяснили это тем, что значения входящих в (3.12) коэффициентов подобраны при малых λh и больших μ .

Учитывая большой объем представленных в [154] экспериментальных данных в практически важном диапазоне изменения λ и h , проанализируем методику измерения N_{\perp} в [154]. Сопоставим эти данные с результатами расчета N_{\perp} . Результаты такого сопоставления представлены в табл. 8. Для облегчения анализа результатов образцы в таблице расположены в порядке возрастания λ и возрастания h при одинаковых λ .

При анализе экспериментальных результатов из табл. 8 обращает на себя внимание низкая точность представления в [154] результатов измерения N_{\perp} ряда образцов (образцы № 1–5, 8, 9). При использовании одной значащей цифры погрешность представления результата (например, для образцов № 1, 4, 5) может превышать 30%. Двух значащих цифр для ряда образцов с $N_{\perp} \leq 0,02$ (№ 6, 7, 10, 11, 14) также недостаточно для обеспечения точности представления результата выше, чем $\pm 8\%$.

В [154] для измерения N_{\perp} использован «Способ измерения тангенциальной составляющей поля H_{τ} на поверхности образца» [65]. Его применение требует [65] экстраполяции к поверхности образца результатов измерения H_{τ} на различных расстояниях от поверхности. Невыполнение этого требования, учитывая конечные размеры использованного в [154] преобразователя и широкий диапазон изменения размеров экспериментальных образцов, не могло не привести к дополнительной погрешности измерения.

Таблица 8. Геометрические параметры полых цилиндров и результаты измерения (по [154]) и расчета их центрального коэффициента N_{\perp} размагничивания при намагничивании ортогонально образующей

№	Размер, мм			Параметр		N_{\perp} эксп. по [154]	Результаты расчета N_{\perp} по формулам									
	D	τ	L	λ	h		(3.9)	(3.10)	(3.11)	(3.12)	(3.13)	(3.15)	(3.16)	(3.17)		
1	9	100,0	4,0	5,0	0,05	0,08	0,004	0,00423	0,00551	0,00526	0,00535	0,00516	0,00519	0,00506	0,00353	
2	8	90,0	5,0	5,0	0,0556	0,111	0,006	0,00600	0,00826	0,00786	0,00761	0,00773	0,00780	0,00770	0,0054	
3	7	90,0	6,0	6,0	0,0667	0,133	0,009	0,00801	0,012	0,011	0,011	0,011	0,011	0,011	0,00765	
4	18	70,0	2,0	5,0	0,0714	0,0571	0,004	0,00421	0,00548	0,00524	0,00524	0,00482	0,00483	0,00490	0,00350	
5	25	90,0	2,0	8,0	0,0889	0,0444	0,003	0,00407	0,00527	0,00504	0,00487	0,00440	0,00440	0,00455	0,00330	
6	6	50,0	5,0	5,0	0,1	0,2	0,016	0,016	0,024	0,023	0,019	0,021	0,022	0,022	0,016	
7	5	50,0	6,0	5,0	0,1	0,24	0,020	0,018	0,030	0,029	0,026	0,025	0,026	0,027	0,020	
8	24	70,0	2,0	10,0	0,143	0,0571	0,006	0,00709	0,010	0,00952	0,0083	0,00784	0,00787	0,00837	0,00637	
9	23	70,0	2,5	10,0	0,143	0,0714	0,008	0,00848	0,012	0,012	0,010	0,00978	0,00985	0,100	0,00797	
10	17	90,0	6,0	15,0	0,167	0,133	0,017	0,016	0,025	0,024	0,019	0,020	0,020	0,022	0,017	
11	16	80,0	6,0	15,0	0,1875	0,15	0,019	0,019	0,031	0,030	0,023	0,024	0,025	0,026	0,021	
12	4	50,0	10,0	10,0	0,2	0,4	0,048	0,053	0,092	0,095	0,048	0,063	0,069	0,073	0,058	
13	15	70,0	6,0	15,0	0,214	0,1714	0,023	0,024	0,040	0,038	0,027	0,030	0,031	0,033	0,026	
14	22	50,0	3,0	12,0	0,24	0,12	0,017	0,019	0,031	0,030	0,021	0,023	0,023	0,025	0,020	
15*	29*	72,2	6,0	17,4	0,241	0,166	0,023	0,025	0,042	0,041	0,038	0,031	0,032	0,034	0,028	

16	14	60,0	6,0	15,0	0,25	0,2	0,029	0,031	0,052	0,052	0,033	0,038	0,039	0,042	0,034
17*	27*	62,3	5,2	16,4	0,263	0,167	0,026	0,027	0,046	0,045	0,029	0,033	0,034	0,036	0,030
18*	28*	72,2	6,4	19,3	0,267	0,177	0,026	0,029	0,049	0,048	0,031	0,035	0,036	0,039	0,032
19*	26*	62,3	6,0	17,3	0,278	0,193	0,028	0,032	0,055	0,054	0,034	0,039	0,041	0,043	0,036
20	13	50,0	6,0	15,0	0,3	0,24	0,038	0,042	0,073	0,073	0,041	0,050	0,053	0,056	0,047
21	3	50,0	14,0	15,0	0,3	0,56	0,080	0,107	0,189	0,215	0,069	0,106	0,123	0,130	0,109
22	2	50,0	16,0	15,0	0,3	0,64	0,090	0,129	0,225	0,266	0,072	0,117	0,141	0,149	0,125
23*	33*	47,1	6,6	17,3	0,367	0,28	0,046	0,057	0,100	0,104	0,049	0,064	0,069	0,072	0,062
24	12	40,0	6,0	15,0	0,375	0,3	0,054	0,062	0,109	0,114	0,052	0,069	0,075	0,078	0,068
25	21	40,0	4,0	16,0	0,4	0,2	0,037	0,044	0,076	0,077	0,039	0,049	0,052	0,054	0,047
26	1	50,0	20,0	20,0	0,4	0,8	0,150	0,229	0,375	0,512	0,080	0,153	0,206	0,215	0,187
27*	32*	40,5	5,4	16,3	0,402	0,257	0,047	0,056	0,098	0,102	0,047	0,062	0,066	0,069	0,060
28*	31*	44,8	7,5	19,3	0,431	0,335	0,062	0,077	0,136	0,147	0,057	0,081	0,090	0,093	0,082
29*	30*	36,8	6,0	17,3	0,47	0,326	0,060	0,080	0,141	0,153	0,056	0,082	0,091	0,094	0,084
30	20	50,0	6,0	25,0	0,5	0,24	0,047	0,062	0,108	0,114	0,045	0,064	0,069	0,071	0,064
31	11	30,0	6,0	15,0	0,5	0,4	0,079	0,104	0,184	0,208	0,063	0,100	0,116	0,118	0,106
32	10	20,0	6,0	15,0	0,75	0,6	0,110	0,235	0,382	0,526	0,052	0,148	0,208	0,205	0,194
33	19	20,0	4,0	16,0	0,8	0,4	0,080	0,149	0,257	0,312	0,045	0,112	0,142	0,140	0,133

* Кольца подшипников.

Подтверждением ее наличия при измерении N_{\perp} в [154] является также существенное (до 22%) отклонение представленных в этой работе результатов измерения N продольно намагниченных цилиндров от результатов расчета N по формуле К. Вармута (2.4). По данным разных авторов [110], погрешность формулы (2.4) в этой области не превышает $\pm 4\%$. Заниженный в [154] результат измерения N_{\perp} ряда образцов можно, в соответствии с [86], частично объяснить также относительно низкой магнитной проницаемостью стали ШХ15, оцененной авторами [154] около $\mu \approx 100$.

В соответствии с проведенным анализом возможной методической погрешности измерения N_{\perp} экспериментальных образцов, представленных в табл. 8, точность расчета N_{\perp} по формулам (3.9), (3.12) и (3.13) при $h < 0,3$ является удовлетворительной. Результаты расчета N_{\perp} по формулам (3.10) и (3.11) явно завышены. При дальнейшем увеличении λ и h погрешность расчета N_{\perp} по (3.9)–(3.13) возрастает до сотен процентов, что уже нельзя объяснить методической погрешностью эксперимента. Это является следствием того, что сделанные при получении (3.9)–(3.13) допущения приводят к потере физического смысла этих формул при возрастании λ . Поэтому использовать их для расчета N_{\perp} полых цилиндров во всем возможном диапазоне изменения их размеров нельзя.

Проанализируем формулы, предназначенные для расчета N_{\perp} полых цилиндров при малых h и больших λ . В [155] для расчета N_{\perp} бесконечно длинного полого цилиндра с тонкими стенками, расположенного перпендикулярно силовым линиям однородного магнитного поля, получено:

$$N_{\perp} = h(2-h)/4 \quad \text{для } \lambda \rightarrow \infty, h \ll 1. \quad (3.14)$$

Из формулы, приведенной в [156] как результат расчета проницаемости формы m тонкого ($h \ll 1$) ферромагнитного экрана (расчет выполнен при допущении об однородном распределении намагниченности в сечениях экрана и аппроксимации распределения поверхностной плотности магнитных зарядов косинусоидальной функцией азимутального угла), получим, проведя преобразование полных эллиптических интегралов [104], следующую формулу для расчета N_{\perp} полого цилиндра с тонкими стенками:

$$N_{\perp} \approx \frac{2\lambda h}{\pi\sqrt{\lambda^2+4}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \varphi d\varphi}{\sqrt{1-\frac{4}{\lambda^2+4}\sin^2 \varphi}} \quad \text{для } h \ll 1. \quad (3.15)$$

По сообщению автора [156], погрешность расчета m тонкого ферромагнитного экрана по формуле, преобразованием которой нами получена формула (3.15) для N_{\perp} , не превышает 5%. Для области $\lambda > 0,25$ в [156] предложено пользоваться более простой эмпирической формулой для расчета m экрана, дающей «весьма близкие» результаты, на основании которой получим:

$$N_{\perp} \approx \lambda h / [2(\lambda + 0,345)] \quad \text{для } \lambda > 0,25; h \ll 1. \quad (3.16)$$

Действительно, (3.15) и (3.16) приводят при расчете к близким результатам в заявленном диапазоне изменения λ и h и не теряют физического смысла во всем возможном диапазоне их изменения. Но результаты расчета N_{\perp} полых цилиндров по (3.15) и (3.16) для образцов из табл. 8, особенно по мере уменьшения λ и увеличения h , явно завышены. Этот диапазон изменения размеров цилиндров является важным для практики.

3.3.2. Формула для расчета N_{\perp} полых цилиндров во всем диапазоне изменения их размеров

На основании общих физических представлений о диапазоне и характере изменения N_{\perp} полых цилиндров, формул (1.75), (3.14), (2.4) для расчета N_{\perp} эллипсоида вращения, N_{\perp} длинного тонкого полого цилиндра и N сплошного цилиндра, намагничиваемого вдоль образующей, предлагается следующая формула для расчета N_{\perp} полого цилиндра во всем возможном диапазоне изменения его размеров:

$$N_{\perp} \approx h[1 - N_3(\lambda)k(\lambda)]/2 \quad \text{для } 0 \leq \lambda < \infty, 0 \leq h \leq 1. \quad (3.17)$$

Сопоставление (табл. 8) рассчитанных по (3.17) значений N_{\perp} и значений N_{\perp} экспериментальных образцов (с учетом проведенного анализа методических погрешностей эксперимента [154]) показывает, что (3.17) в отличие от других формул обеспечивает

получение хорошо совпадающих с экспериментом значений N_{\perp} во всем представленном диапазоне изменения параметров λ и h экспериментальных образцов.

Для обоснования использования этой формулы для описания зависимости $N_{\perp}(\lambda, h)$ во всем возможном диапазоне изменения λ полых цилиндров сопоставим графически (рис. 34) зави-

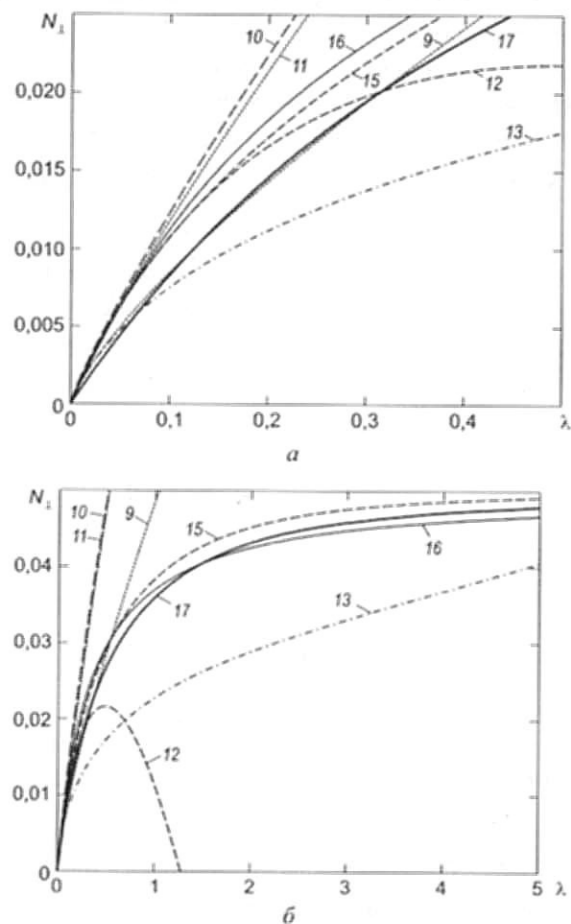


Рис. 34. Результаты расчета зависимости $N_{\perp}(\lambda, h)$ полых цилиндров по разным формулам (номер кривой соответствует номеру формулы в главе 3) при $h = 0,1$: а — для $0 \leq \lambda \leq 0,5$; б — для $0 \leq \lambda \leq 5$

симости $N_{\perp}(\lambda)$, рассчитанные по (3.17) и формулам (3.9)–(3.13), (3.15), (3.16) при $h = 0,1$.

Анализ графиков рис. 34 показывает, что при $\lambda \leq 0,5$ результаты расчета N_{\perp} по (3.17) практически совпадают с результатами расчета N_{\perp} по специально для этого диапазона разработанной формуле (3.9). Формулы (3.15) и (3.16) дают в этом диапазоне завышенные результаты. При дальнейшем увеличении λ физически верные и близкие результаты могут быть получены только при вычислении N_{\perp} по (3.15), (3.16) и (3.17). При этом результаты расчета N_{\perp} по (3.17) при $\lambda \geq 1,5$ лучше совпадают с результатами расчета N_{\perp} по (3.15), чем результаты расчета N_{\perp} по аппроксимирующей (3.15) формуле (3.16). Аналогичные результаты получены и для других значений $0 < h < 1$. Для длинного сплошного цилиндра ($\lambda \rightarrow \infty, h = 1$) вычисление N_{\perp} по (3.17) приводит к верному [22–30] значению $N_{\perp} = 0,5$. Для короткого сплошного цилиндра ($\lambda \rightarrow 0, h = 1$) — к формуле для N_{\perp} тонкого диска. Все это делает правомерным применение формулы (3.17) для расчета N_{\perp} электротехнических и промышленных изделий в форме полых цилиндров из материалов с высокой магнитной проницаемостью во всем диапазоне изменения их размеров.

3.3.3. Расчет коэффициента экранирования полого цилиндра по его размагничивающему фактору

В качестве примера эффективности использования (3.17) в практических расчетах проанализируем влияние относительной длины λ цилиндрического экрана диаметром $D = 80$ мм из листовой электротехнической стали толщиной $\tau = 0,5$ мм (начальная магнитная проницаемость $\mu \approx 600$, намагниченность насыщения $M_s \approx 1500$ кА/м) на коэффициент K экранирования поперечно образующей экрана направленного магнитного поля и максимально допустимую напряженность H_c этого поля.

Для оценки K , в рамках сделанного в [155] предположения об однородном распределении размагничивающего поля в полости полого цилиндра, запишем:

$$K \approx 1 + N_{\perp}(\mu - 1)^2 / \mu, \quad (3.18)$$

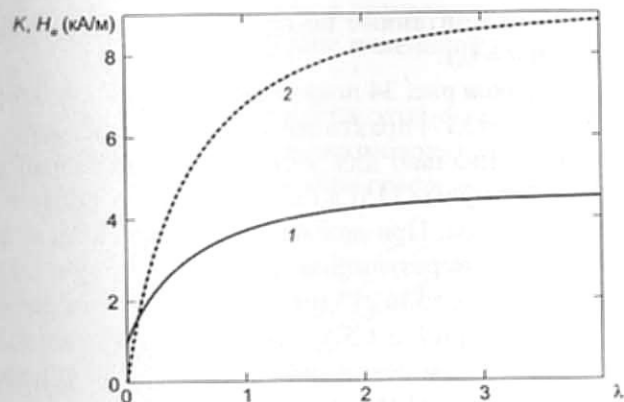


Рис. 35. Результаты расчета влияния относительной длины λ цилиндрического экрана диаметром 80 мм из электротехнической стали толщиной 0,5 мм на коэффициент K экранирования (1) и максимально допустимую напряженность H_e экранируемого поля (2)

а для оценки H_e воспользуемся формулой:

$$H_e \approx N_{\perp} M_s. \quad (3.19)$$

Результаты расчета K и H_e по (3.18) и (3.19) с использованием формулы (3.17) для вычисления N_{\perp} приведены на рис. 35. В проанализированном диапазоне изменения λ экрана известные формулы для расчета N_{\perp} полых цилиндров не могли быть применены.

Результаты проведенного анализа показали, например, что использования экрана длиной 18 см достаточно для ослабления более чем в 4 раза поля напряженностью до 8 кА/м. Увеличение длины экрана нецелесообразно для решения этой задачи. Применение такого экрана при модификации прибора «Магнитный анализатор качества структуры изделий МАКСИ-П (портативный)» [157–159] для экранирования поля двухполюсной намагничивающей системы прибора в зоне размещения измерительного преобразователя позволило повысить чувствительность измеряемого прибором остаточного магнитного потока в движущемся изделии к структуре контролируемых чугуновых отливок [160].

3.3.4. Сравнение размагничивающих факторов сплошных и полых цилиндров при намагничивании параллельно и ортогонально образующей

Разработанная формула (3.17), совместно с формулой (3.2), позволяет сопоставить условия намагничивания промышленных изделий в форме сплошных и полых цилиндров при направлении намагничивающего поля ортогонально и параллельно их образующим. В качестве примера реализации такой возможности на рис. 36 приведены зависимости изменения центральных коэффициентов размагничивания N и N_{\perp} цилиндра и трубки из материала с высокой магнитной проницаемостью с отношением $h = 0,2$ толщины τ стенки к наружному радиусу от отношения λ их длины к наружному диаметру D .

Представленные на рис. 36 результаты показывают, что при намагничивании цилиндров и трубок параллельно образующей с уменьшением относительной длины λ их N резко возрастает. При таком намагничивании для обеспечения однозначной зависимости измеряемого остаточного магнитного потока Φ_d в изделиях

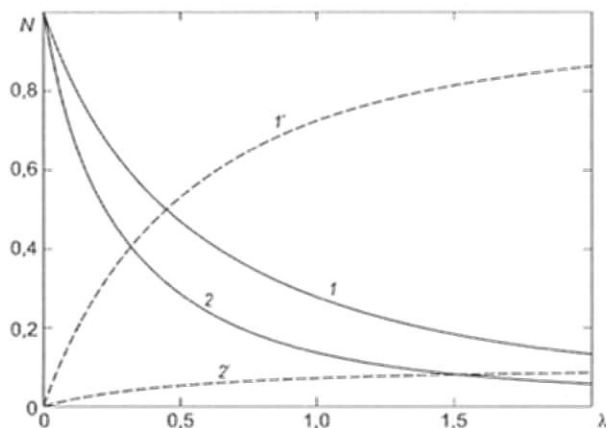


Рис. 36. Зависимости изменения центральных коэффициентов размагничивания N цилиндра и трубки с отношением $h = 0,2$ толщины стенки к наружному радиусу из материала с высокой магнитной проницаемостью от отношения λ их длины L к наружному диаметру D цилиндра (1, 1') и трубки (2, 2') при намагничивании параллельно (1, 2) и перпендикулярно (1', 2') образующей

от H_c материала изделий требуется все более сильное внешнее намагничивающее поле H_c . Но возможности увеличения H_c ограничены [161].

В табл. 9 сопоставлены результаты расчета N цилиндров и трубок разных размеров ($0,1 \leq \lambda \leq 2$ и $0,1 \leq h \leq 1$) при намагничивании параллельно (числитель дроби) и перпендикулярно (знаменатель дроби) образующей.

Таблица 9. Результаты расчета N сплошных и полых цилиндров при разных соотношениях их длины, диаметра и толщины стенки для продольного (числитель дроби) и поперечного (знаменатель дроби) намагничивания

h/λ	2	1	0,5	0,2	0,1
1	$\frac{0,134}{0,866}$	$\frac{0,276}{0,724}$	$\frac{0,468}{0,532}$	$\frac{0,709}{0,291}$	$\frac{0,835}{0,165}$
	$\frac{0,099}{0,216}$	$\frac{0,218}{0,181}$	$\frac{0,396}{0,133}$	$\frac{0,65}{0,073}$	$\frac{0,796}{0,041}$
0,5	$\frac{0,058}{0,087}$	$\frac{0,138}{0,072}$	$\frac{0,283}{0,053}$	$\frac{0,538}{0,029}$	$\frac{0,714}{0,016}$
	$\frac{0,036}{0,043}$	$\frac{0,092}{0,036}$	$\frac{0,205}{0,027}$	$\frac{0,443}{0,015}$	$\frac{0,635}{0,00825}$

Анализ результатов показывает, например, что если для сплошного цилиндра с $\lambda = 1$ при намагничивании перпендикулярно оси N в 2,6 раза больше, чем при намагничивании параллельно оси, то при $\lambda = 0,1$ при намагничивании перпендикулярно оси N в 5 раз меньше, чем при намагничивании параллельно оси. Для полого цилиндра с $\lambda = 0,2$; $h = 0,2$ ортогональное оси намагничивание обеспечивает в 18,5 раза меньший коэффициент размагничивания, чем параллельное оси, а при $\lambda = 0,1$; $h = 0,1$ – в 77 раз. Это обеспечивает приемлемые условия намагничивания для сортировки сплошных или полых цилиндров с малым отношением длины к диаметру по остаточному магнитному потоку Φ_d в изде-

лиях в достижимых намагничивающих полях, ортогональных направлению движения изделий.

На основании проведенного анализа разработан способ [162] сортировки цилиндрических ферромагнитных изделий по их магнитным свойствам.

3.3.5. Выводы и рекомендации

Анализ формул для расчета центрального коэффициента N_{\perp} размагничивания полых ферромагнитных цилиндров из материала с высокой магнитной проницаемостью при намагничивании ортогонально образующей позволил сделать следующие выводы:

1. Известные формулы (3.9)–(3.13) применимы для расчета N_{\perp} полых цилиндров лишь при малых значениях их относительных длины λ и толщины стенки h ($\lambda, h \leq 0,1$). При этом $N_{\perp} \leq 0,01$. При увеличении λ и h формулы (3.9)–(3.13) приводят к погрешностям в сотни процентов уже при $\lambda \approx 0,4$ и результатам, лишенным физического смысла при $\lambda \geq 0,6$.

2. Формула (3.15) для расчета N_{\perp} полого цилиндра с тонкими стенками, полученная на основании расчета проницаемости формы m тонкого ферромагнитного экрана при допущении об однородном распределении намагниченности в сечениях экрана и аппроксимации распределения поверхностной плотности магнитных зарядов косинусоидальной функцией азимутального угла, и аппроксимирующая ее эмпирическая формула (3.16) не теряют физического смысла во всем диапазоне изменения λ и h . Но при $\lambda \leq 1$ и по мере увеличения h результаты расчета N_{\perp} по (3.15) и (3.16) завышены.

3. Для расчета N_{\perp} полых ферромагнитных цилиндров во всем возможном диапазоне изменения их λ и h ($0 \leq \lambda < \infty$, $0 \leq h \leq 1$) может быть рекомендована формула (3.17). При $1 \ll \lambda < \infty$, $0 \leq h \ll 1$ формула (3.17) приводит к результату вычисления N_{\perp} по формулам [155, 156] для длинного тонкостенного цилиндра. Для длинного сплошного цилиндра ($\lambda \rightarrow \infty$, $h = 1$) – к верному значению $N_{\perp} = 0,5$. Для короткого сплошного цилиндра ($\lambda \rightarrow 0$,

$h = 1$) – к формуле для N_{\perp} тонкого диска. При $h \rightarrow 0$ для любого $0 \leq \lambda < \infty$ формула (3.17) приводит к верному значению $N_{\perp} = 0$. Для тонких кольцевых сердечников (при $0 \leq \lambda, h \leq 0,1$) результаты расчета N_{\perp} по (3.17) практически совпадают с результатами расчета N_{\perp} по рекомендованной [151] для этого диапазона формуле (3.9), а при $0,05 \leq \lambda, h \leq 0,8$ – с результатами экспериментов [154] с учетом проведенного анализа их методической погрешности.

Результаты проведенного обзора и анализа позволяют рекомендовать для использования в практических расчетах коэффициентов размагничивания сплошных и полых цилиндров, стержней и пластин из материала с большой и малой магнитной проницаемостью при намагничивании параллельно и ортогонально их образующим аналитические выражения, сгруппированные в табл. 10.

— Приведем примеры использования формул для расчета размагничивающего фактора ферромагнитных тел в магнитном структурном анализе и измерениях.

Ряд проблем, связанных с намагничиванием ферромагнитного тела, в этих областях науки оставался либо не решенным, либо при их решении разными авторами получены противоречивые результаты. Это относится к выбору напряженности намагничивающего поля, необходимого для намагничивания ферромагнитного тела до состояния технического насыщения с заданной точностью, связи остаточной намагниченности тела с магнитными параметрами его материала, вопросам измерения магнитных параметров материала ферромагнитного тела в открытой магнитной цепи, намагничивания ферромагнитных материалов с немагнитными включениями. В рамках настоящей монографии ограничимся рассмотрением примеров, связанных с намагничиванием ферромагнитного тела в открытой магнитной цепи до технического насыщения и на основной кривой намагничивания. Вопросы, связанные с намагничиванием ферромагнитного тела на частных петлях магнитного гистерезиса, придется вынести за пределы этой книги для ограничения ее объема.

Таблица 10. Формулы для расчета коэффициентов размагничивания тел разных форм

Форма тела	Формула для расчета	Обозначения, пределы изменения параметров
Эллипсоид вращения (λ – отношение осей)	Намагничивание: вдоль оси вращения $N = N_3(\lambda)$, ортогонально оси вращения $N_{\perp} = 0,5[1 - N_3(\lambda)]$	$N_3(\lambda) = \frac{1}{1-\lambda^2} \left[1 - \frac{\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} \arccos \lambda \right]$, $0 \leq \lambda < 1$ $N_3(\lambda) = \frac{1}{\lambda^2 - 1} \left[\frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \ln(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) - 1 \right]$, $\lambda > 1$
Цилиндр (λ – отношение длины к диаметру, χ – магнитная восприимчивость материала)	Намагничивание: вдоль образующей $N \approx N_3(\lambda)k(\lambda)$, ортогонально оси $N_{\perp} \approx 0,5[1 - N_3(\lambda)k(\lambda)]$	$k(\lambda) = \frac{1 + 2,35 \ln(1 + 0,137\lambda)}{1 + 2,28 \ln(1 + 0,284\lambda)}$, $\chi \gg 1$ $k(\lambda) = k_2(\lambda) = \frac{1}{1 + 2,15 \ln(1 + 0,326\lambda)}$, $\chi \approx 0$
	$N(\lambda, \chi) = N_3(\lambda) \left\{ k(\lambda) \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{22\chi}{\lambda^{1,3}} \right) + k_2(\lambda) \left[1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{22\chi}{\lambda^{1,3}} \right) \right] \right\}$	

Многогранник (L – длина, n и A – количе- ство и ширина граней) Пластина, (L – длина, A и B – высота и ширина)	Намагничивание вдоль стороны L $N \approx N_3(\lambda_{\text{эф}})k(\lambda_{\text{эф}})$	$\lambda_{\text{эф}} = \frac{L}{A} \sqrt{\frac{\pi \operatorname{tg}(\pi/n)}{n}}$ $\lambda_{\text{эф}} = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{\pi}{AB}}$	$0 \leq \lambda_{\text{эф}} < \infty$
	Полый цилиндр, намагни- чивание вдоль оси (L – длина, D – диаметр, τ – толщина стенки)	$N \approx h(2-h)N_3(\lambda)k(\lambda)$ $N \approx \frac{1}{1+\beta\lambda^\varepsilon}$ $\varepsilon = 0,3075 \left[1 + \left(\frac{1,41}{h(2-h)} \right)^{-1} \right]$	$\lambda = \frac{L}{D}$; $h = \frac{2\tau}{D}$; $0,2 \leq \lambda < \infty$; $0 \leq h \leq 1$ $\beta = 5^\varepsilon \left[\frac{1,41}{h(2-h)} - 1 \right]$; $\lambda \leq 0,3$; $0 \leq h \leq 1$
Полый цилиндр, намагничивание ортогонально оси	$N_{\perp} \approx \frac{h}{2} [1 - N_3(\lambda)k(\lambda)]$		$0 \leq \lambda < \infty$; $0 \leq h \leq 1$; $\chi \gg 1$

В качестве модели ферромагнитного тела при проведении расчетов и экспериментов использованы эллипсоиды вращения и цилиндры конечной длины. Применение этих моделей не нарушает общности рассмотрения, но придает полученным результатам наглядность и упрощает математические выкладки. Коэффициенты размагничивания при этом рассчитывались по формулам, сведенным в табл. 10.

Как показал анализ диапазонов изменения магнитных параметров материалов, изделия из которых подвергаются магнитному структурному анализу и измерениям [11, 12, 18–23, 64–75, 163], магнитные параметры материалов изменяются во взаимосвязи друг с другом, причем в наиболее широких пределах изменяется их коэрцитивная сила H_c . Поэтому в качестве моделей материала ферромагнитного тела при анализе процессов его намагничивания далее рассмотрены материалы различной магнитной «жесткости». Магнитные параметры предельной петли гистерезиса анализируемых материалов в соответствии с их условными названиями приведены в табл. 11.

Таблица 11. Магнитные свойства анализируемых материалов, кА/м

Магнитный параметр	Материал		
	«мягкий»	«средний»	«жесткий»
H_c	0,2	1	5
M_s	1700	1400	1000
M_r	1400	800	300

4.1. Расчет и анализ остаточной намагниченности ферромагнитного тела [44]

Остаточная намагниченность M_r , сохраняющаяся в промышленных и электротехнических изделиях после намагничивания до технического насыщения, может быть параметром для контроля их свойств или фактором, препятствующим их сварке или использованию изделий по назначению. Она может возникнуть в изделии не только после воздействия сильного магнитного поля, но и после попытки размагнитить его убывающим по амплиту-

де переменным полем в присутствии слабого поля, например поля Земли [23]. Поэтому расчет и анализ остаточной намагниченности ферромагнитного тела, намагниченного до состояния технического насыщения, явился одной из главных задач магнитного структурного анализа. Необходимость проведения технических расчетов магнитных цепей с нелинейными элементами требовала аналитического описания этих процессов. Это предопределило появление большого количества [13–23] аппроксимаций кривых намагничивания и петель гистерезиса. Проведем

4.1.1. Анализ формул для расчета остаточной намагниченности ферромагнитного тела после намагничивания до технического насыщения

В практике магнитного структурного анализа широкое применение нашла аппроксимация Фрелиха для намагничивания технических материалов [23]:

$$M_m = \frac{M_s H_m}{\alpha' + H_m}, \quad (4.1)$$

где M_m – намагниченность материала в поле H_m , M_s – намагниченность насыщения, α' – постоянная материала.

Верхняя половина нисходящей ветви предельной петли гистерезиса, находящаяся выше оси абсцисс, выражается формулой, получающейся из (4.1) путем введения в нее соответствующих постоянных:

$$M = \frac{M_r M_s (H_i + H_c)}{M_s H_c + M_r H_i}, \quad \text{для } H_i \geq -H_c, \quad (4.2)$$

где M – намагниченность материала в поле H_i ; M_r и H_c – остаточная намагниченность и коэрцитивная сила материала по предельной петле гистерезиса.

Верхняя половина восходящей ветви описывается формулой (4.3), полученной из формулы (4.2) переносом в ней начала координат по оси абсцисс вправо на отрезок $2H_c$:

$$M = \frac{M_r M_s (H_i - H_c)}{(M_s - 2M_r)H_c + M_r H_i}. \quad (4.3)$$

Формулы (4.1)–(4.3) применимы при положительной намагниченности материала.

В. К. Аркадьевым [22, 164], Р. И. Янусом [23] и Ф. Ферстером [165] отмечено, что ферромагнитное тело, намагниченное до насыщения, после снятия внешнего поля H_c сохраняет остаточную намагниченность тела M_d , которая меньше остаточной намагниченности M_r его материала (рис. 1). Разница между M_d и M_r обусловлена действием размагничивающего поля тела, напряженность H_b которого определяется по (В.9), (1.16).

Решая совместно (4.3) и (В.10), Р. И. Янус [23] получил при $H_c = 0$ следующее выражение для M_d :

$$M_d = \frac{M_s(H_c + NM_r)}{2NM_r} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4M_r^2 NH_c}{M_s(H_c + NM_r)^2}} \right]. \quad (4.4)$$

Из (4.4) при

$$NM_r \gg H_c \quad (4.5)$$

следует

$$M_d \approx H_c/N. \quad (4.6)$$

Другой подход к расчету остаточной намагниченности ферромагнитного тела использован в [166]. Аппроксимирующая формула, предложенная Н. Н. Зацепиным [16] для описания петли гистерезиса материала:

$$M = \frac{2}{\pi} M_s \operatorname{arctg} \left[(H_i \pm H_c) \frac{1}{H_c} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi M_r}{2 M_s} \right) \right], \quad (4.7)$$

в [166] использована для описания изменения намагниченности ферромагнитного тела (M_r заменено на M_d , H_i – на H_c). С учетом (В.10) для остаточной намагниченности тела M_d получено [166]:

$$M_d = \frac{2M_s}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg}[(\pi M_r)/(2M_s)]}{1 + NM_r/H_c}. \quad (4.8)$$

В [167] тот же подход использован при определении напряженности магнитного поля, необходимого для намагничивания ферромагнитного тела до заданного магнитного состояния.

Но полученные там аналитические выражения (формулы (12) и (13) в [167]) при расчете требуемых напряженностей полей для эллипсоида с $\lambda = 10$ (проведенного в [167]) дали результаты, завышенные на порядок и более по сравнению с результатами, полученными в [46] из простых физических соображений с использованием формулы (4.5) и аппроксимации петли гистерезиса материала [19]. Количественный анализ (4.8) также показывает существенное (для реальных материалов – до 300%) расхождение с (4.4).

Экспериментальная проверка формул (4.4) и (4.8) проведена в [44]. Размеры экспериментальных образцов и их магнитные свойства приведены в табл. 12. Размагничивающие факторы образцов из сталей 60С2А (кроме образца сечением 10×10 мм) и 50РА измерены авторами работ [168] и [169], как и значения M_d (или остаточной индукции B_d) этих образцов. Для расчета N образцов из стали ШХ15, образца сечением 10×10 мм из стали 60С2А и цилиндров из конструкционной стали из [170] использованы формулы из табл. 10.

Измерение остаточного магнитного потока Φ_d в образцах из стали ШХ15 проведены автором после намагничивания образцов в открытой магнитной цепи импульсным магнитным полем амплитудой 500 кА/м и длительностью 15 мс (предварительные исследования показали, что такой намагничивающий импульс доводит до технического насыщения все исследованные образцы).

Представленные в табл. 12 и на рис. 37 результаты подтвердили правомерность использования в расчетах M_d формулы (4.4). Результаты расчета M_d по формуле (4.8) тем хуже совпадают с экспериментальными результатами, чем больше $K_{II} = M_r/M_s$ материала образцов. Действительно, анализ (4.8) показал, что при $K_{II} \rightarrow 1$ величина M_d стремится к M_r независимо от значения N , в то время как из (4.4) при (4.5) следует наблюдаемое на опыте отношение (4.6). Следовательно, аппроксимация изменения намагниченности тела арктангенсовой функцией (4.7), осуществленная в [166, 167], приводит к завышению результата при вычислении M_d , тем хуже совпадающим с экспериментом, чем больше K_{II} .

Таблица 12. Параметры экспериментальных образцов, результаты измерения и расчета их остаточной намагниченности

Сталь, источник информации	Задача Отпуск, °С	Магнитные свойства: M_r , кА/м; M_s , кА/м; H_c , кА/м	Форма и размеры образцов, мм	N	Остаточная намагниченность, M_r , кА/м	
					эксперимент	расчет по: (4.4) (4.8)
Сталь 60С2А [168], рис. 1, б, 8, 9	850 560	1350 1175 1,3	1×1	0,00126	887	803 990
			Параллелепипед, длина 62, сечение 10×10	0,0037 0,0108 0,0361	318 113 32	334 717 119 359 35,9 121
Сталь 50РА [169], рис. 1, 8; табл.	850 без отпуска	1050 875 3,2	200	0,00118	796	816 822
			175	0,00153	734	794 808
			150	0,00207	721	755 785
			125	0,00287	647	689 752
			100	0,00409	584	585 705
	840 560	1380 1215 0,96	75	0,00682	418	409 612
			50	0,01182	249	254 483
			200	0,00118	684	700 990
			175	0,00153	548	568 932
			150	0,00207	428	435 850

Сталь 50РА [169], рис. 1, 8; табл.	840 560	1380 1215 0,96	125	0,00287	311	321 745	
			100	0,00409	324	228 619	
			75	0,00682	149	139 439	
			50	0,01182	87	81 280	
			80	0,03245	93,0	93,2 98,2	
Сталь ШХ15 [171], рис. 2	950 150	850 345 3,7	50	0,0621	51,2	53,6 58,7	
			30	0,01187	27,2	29,5 33,1	
			25	0,1469	21,7	24,1 27,2	
			20	0,1878	16,6	19,0 21,6	
			17	0,222	14,2	16,2 18,4	
Сталь конструк- ционная [170], рис. 1, 2; табл.		1230 880 0,17 1030 565 2,5 700 338 0,71	80	0,00169	87,0	95,5 136,8	
			Цилиндр, диаметр 10; длина 40			448	467 459
			Эллипсоид вращения, оси 10×200			0,0063	99,5 94,1 104
						99,5	94,1 104
						0,0063	94,1 104

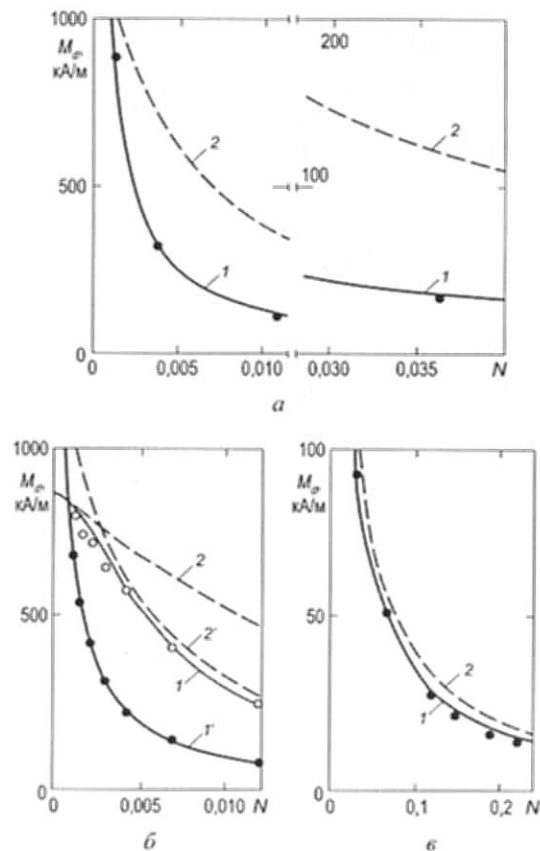


Рис. 37. Сопоставление расчетных (1, 1' – по (4.4); 2, 2' – по (4.8)) и экспериментальных результатов для M_d образцов из сталей 60С2А (а), 50РА (б) и ШХ15 (в), параметры которых приведены в табл. 12

Арктангенсовая функция (4.7) должна быть использована (для чего она и предложена в [16]) для аппроксимации изменения намагниченности материала изделия под действием внутреннего поля. Тогда из (4.7) и (В.10) при $H_e = 0$ будет получено:

$$\operatorname{tg}[(\pi M_d)/2M_s] = T[1 - NM_d/H_c], \quad (4.9)$$

где $T = \operatorname{tg}(\pi K_{\Pi}/2)$, $K_{\Pi} = M_r/M_s$.

Намагниченность изделия M_d будет определяться решением уравнения (4.9). Для многих практически важных случаев при выполнении условия

$$\pi M_d/(2M_s) \ll 1 \quad (4.10)$$

из (4.9) получим

$$M_d \approx \frac{M_s}{\pi/(2T) + NM_s/H_c}. \quad (4.11)$$

При выполнении условия (4.10) расчет M_d по (4.4) и (4.11) приводит к практически одинаковым результатам (для материалов из табл. 11 при $M_d < 0,5M_r$ расхождение между (4.4) и (4.11) не превышает 5%). Следовательно, при правильном физическом подходе к описанию гистерезисных свойств ферромагнитного тела использование того или иного аналитического выражения для описания петли гистерезиса материала не имеет принципиального значения. На первый план выходит удобство для дальнейшего использования получаемого аналитического выражения для расчета магнитного параметра тела. Поэтому в дальнейшем анализе влияния различных факторов на остаточную намагниченность ферромагнитного тела будем использовать аналитическое выражение (4.4), область применения которого не ограничена условием (4.10).

4.1.2. Чувствительность остаточной намагниченности ферромагнитного тела к его размерам и магнитным параметрам материала

Для наглядности и практической значимости анализа в качестве ферромагнитного тела рассмотрим цилиндр, величину N которого будем определять по формуле (2.4). Для проведения анализа, как и ранее, используем чувствительность S_x^Y величины Y к параметру x , определяемую по формуле (2.16). В качестве параметра Y рассмотрим величину M_d , определяемую по формуле (4.4). В качестве параметра x рассмотрим магнитные параметры H_c , M_s , M_r материала цилиндра и его λ .

Из (4.4), с учетом (2.16), получим [44]:

$$S_{M_s}^{M_d} = 1 - K_2 / [2K_3(1 - K_3)], \quad (4.12)$$

$$S_{M_r}^{M_d} = 1 / [K_3(K_1 K_{II} + 1)], \quad (4.13)$$

$$S_{H_c}^{M_d} = -S_N^{M_d} = \frac{1}{K_1 K_{II} + 1} \left[1 + \frac{K_2(K_1 K_{II} - 1)}{2K_3(1 - K_3)} \right], \quad (4.14)$$

где

$$K_1 = \frac{NM_s}{H_c}, \quad K_2 = \frac{4}{K_1 [1 + 1/(K_1 K_{II})]^2}, \quad K_3 = \sqrt{1 - K_2}.$$

Зависимости $S_x^{M_d}(\lambda)$ по (4.12)–(4.14) для материалов из табл. 11 приведены на рис. 38.

Анализ аналитических выражений (4.12)–(4.14) и представленных на рис. 38 зависимостей показывает, что для любого λ верно соотношение

$$S_{M_s}^{M_d} + S_{M_r}^{M_d} + S_{H_c}^{M_d} \equiv 1. \quad (4.15)$$

При этом $S_{M_s}^{M_d}$ отрицательна и по модулю обычно не превосходит 0,1. С увеличением λ величины $S_{H_c}^{M_d}$ и $S_{M_r}^{M_d}$ изменяются соответственно от 1 до 0 и от 0 до 1 тем быстрее, чем больше

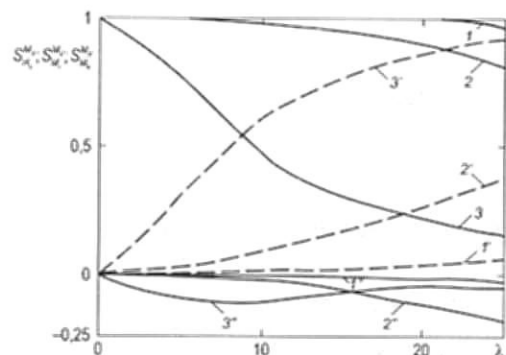


Рис. 38. Влияние λ цилиндров из «мягких» (1, 1', 1''), «средних» (2, 2', 2'') и «жестких» (3, 3', 3'') материалов из табл. 11 на чувствительности $S_{H_c}^{M_d}$ (1, 2, 3), $S_{M_r}^{M_d}$ (1', 2', 3') и $S_{M_s}^{M_d}$ (1'', 2'', 3''). Расчет по (4.12)–(4.14)

магнитная жесткость материала. Для «мягкого» и «среднего» материалов при $\lambda \leq 25$ определяющее влияние на M_d оказывает H_c ($S_{H_c}^{M_d}$ близка к 1, а для «мягкого» материала – практически равна 1). Остаточная намагниченность M_r материала цилиндра заметно влияет на M_d цилиндров из «среднего» материала при $\lambda \geq 12$ ($S_{M_r}^{M_d} \geq 0,1$). На M_d коротких ($\lambda \leq 4$) цилиндров из «жесткого» материала определяющее влияние оказывает H_c ($S_{H_c}^{M_d} \geq 0,8$), а длинных ($\lambda \geq 15$) – M_r ($S_{M_r}^{M_d} \geq 0,8$). Для промежуточных значений λ цилиндров заметное влияние на их M_d оказывает и H_c , и M_r материала цилиндров.

На практике это приводит к изменению характера зависимости M_d изделий разных размеров от их физико-механических свойств или режимов технологических воздействий (например, температуры T_0 термической обработки). Это имеет место в случаях, когда зависимости $H_c(T_0)$ и $M_r(T_0)$ монотонно изменяются в противоположных направлениях (увеличение – уменьшение). Тогда для «коротких» изделий характер зависимости $M_d(T_0)$ соответствует зависимости $H_c(T_0)$, а для «длинных» – зависимости $M_r(T_0)$. При промежуточных значениях λ чувствительность M_d к T_0 может вовсе отсутствовать.

Многие средства магнитного контроля изделий массового производства измеряют остаточный магнитный поток в изделиях [157]. Проанализируем влияние изменений длины L и диаметра D цилиндров на величину Φ_d остаточного магнитного потока в центральном сечении цилиндров, равную:

$$\Phi_d = 0,25\pi\mu_0 D^2 M_d (1 - N). \quad (4.16)$$

Для анализа используем чувствительность S_x^Y величины Y к параметру x , определяемую по формуле (2.16). В качестве параметра Y рассмотрим величину Φ_d , определяемую по формуле (4.16). В качестве параметра x рассмотрим L и D цилиндра. Из (2.16), с учетом (4.16), проведя преобразования, получим:

$$S_L^{\Phi_d} = 2 - S_D^{\Phi_d} = \lambda N'_\lambda \left[S_N^{M_d} / N - 1 / (1 - N) \right], \quad (4.17)$$

где N'_λ – производная функции $N(\lambda)$ по параметру λ .

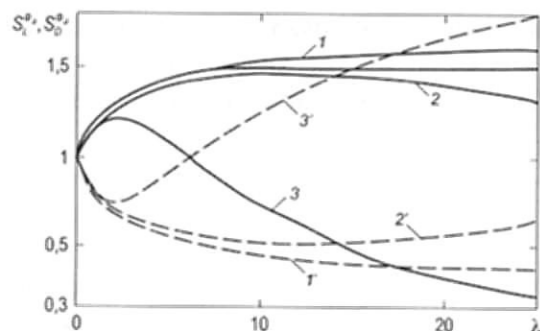


Рис. 39. Влияние λ цилиндров из «мягких» (1, 1'), «средних» (2, 2') и «жестких» (3, 3') материалов из табл. 11 на чувствительности $S_L^{\Phi_d}$ (1, 2), $S_D^{\Phi_d}$ (1', 2'). Расчет по (4.17)

Зависимости $S_L^{\Phi_d}$ и $S_D^{\Phi_d}$ для материалов из табл. 11 приведены на рис. 39.

Анализ представленных на рис. 39 зависимостей показывает, что чувствительности $S_L^{\Phi_d}$ и $S_D^{\Phi_d}$ всегда положительны. То есть увеличение длины или диаметра цилиндра всегда приводит к увеличению Φ_d в нем. С увеличением λ цилиндров чувствительность $S_L^{\Phi_d}$ величины Φ_d к изменению длины цилиндра сначала увеличивается, а затем уменьшается. Величина максимума $S_L^{\Phi_d}$ и значение λ точки перегиба определяются магнитной жесткостью материала цилиндра. Чем жестче материал цилиндра, тем раньше наступает снижение влияния изменений L на Φ_d .

Наоборот – с увеличением λ цилиндров чувствительность $S_D^{\Phi_d}$ величины Φ_d к изменению диаметра цилиндра сначала уменьшается, а затем увеличивается. Кривые $S_L^{\Phi_d}(\lambda)$ и $S_D^{\Phi_d}(\lambda)$ симметричны относительно прямой $S_x^{\Phi_d}(\lambda) = 1$. Величина Φ_d цилиндров из «мягкого» и «среднего» материалов более чувствительна к изменениям длины цилиндров, чем их диаметра (в 2–4 раза при $4 \leq \lambda \leq 20$). $S_L^{\Phi_d}$ достигает величины 1,5 и более. Величина Φ_d цилиндров из «жесткого» материала при $\lambda \geq 6$ более чувствительна к изменениям диаметра, чем длины цилиндров (при $\lambda \approx 20$ – в 5,5 раза). $S_D^{\Phi_d}$ при этом также может превышать значение 1,5 (при $\lambda \geq 14$). Для коротких изделий (из «жесткого» материала –

при $\lambda \leq 6$, из «мягкого» и «среднего» – при $\lambda \leq 2$) чувствительность Φ_d цилиндров к изменениям их длины и диаметра близка к 1 (стремится к 1 при $\lambda \rightarrow 0$).

Таким образом, проведенный анализ дал наглядную картину влияния размеров и магнитных свойств (H_c , M_s , M_r) материала ферромагнитных тел на величины остаточной намагниченности M_d и остаточного магнитного потока Φ_d в них после намагничивания до состояния, близкого к техническому насыщению.

Но широкое применение (4.4) в практических расчетах сдерживает отсутствие необходимых справочных данных о магнитных свойствах материалов. Наиболее полно в справочной литературе представлена H_c . Это следствие того, что H_c – единственный магнитный параметр материала, измерение которого допускается на образцах в разомкнутой магнитной цепи [85]. Так, справочник [172] содержит всю необходимую информацию, но в нем исследовано всего 14 сталей. Для большинства сталей в [163, 72] информация о M_r не представлена. В некоторых случаях в научной и справочной литературе (например, на рис. 12.1 в [72]) под видом M_r (или остаточной индукции B_r) сталей представлены результаты измерения этого параметра на образцах в разомкнутой магнитной цепи. Ниже будет показано, что это недопустимо. Поэтому актуальна

4.1.3. Оценка остаточной намагниченности изделий с малым размагничивающим фактором по коэрцитивной силе [55]

Для изделий с большим N поставленная задача решена Р. И. Янусом [23]:

при выполнении условия

$$M_s(H_c + NM_r)^2 \gg 4M_r^2NH_c \quad (4.18)$$

из (4.4) им получено

$$M_d \approx \frac{H_c M_r}{H_c + NM_r} \left[1 + \frac{NM_r^2 H_c}{M_s(H_c + NM_r)^2} \right], \quad (4.19)$$

а при выполнении условия (4.5) из (4.4) получено (4.6).

Но (4.19) для расчета требует знания тех же магнитных параметров материала, что и (4.4), а (4.6) для изделий с малым N , когда условие (4.5) не выполняется, приводит к чрезмерно большим погрешностям расчета. При $N \rightarrow 0$ формула (4.6) не имеет физического смысла, так как при расчете приводит к результату $M_d \rightarrow \infty$.

Получим из (4.2) и (B.10) при $H_e = 0$ следующее выражение для M_r :

$$M_r = \frac{M_d}{1 - M_d N (1 - M_d / M_s) / H_c}. \quad (4.20)$$

Из (4.20) при выполнении условия:

$$M_s \gg M_d \quad (4.21)$$

получим:

$$M_d \approx \frac{M_r}{1 + N M_r / H_c}. \quad (4.22)$$

Формула (4.22) в отличие от (4.4) и (4.19) для расчета M_d требует знания не трех, а двух магнитных параметров материала: H_c и M_r , а в отличие от (4.6) при $N \rightarrow 0$ приводит к физически верному значению $M_d = M_r$. Это следствие того, что при $N \rightarrow 0$ знак неравенства в условии (4.5) изменяется на противоположный для любых материалов, а условие (4.21), пусть и не всегда жестко, выполняется для изделий любых размеров и материалов.

Для сопоставления результатов расчета M_d изделий разных размеров и материалов по формулам (4.4), (4.6) и (4.22) обозначим $\xi = M_r N / H_c$ и запишем эти формулы в виде:

$$M_d = M_r \frac{1 + \xi}{2\xi K_{II}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4\xi K_{II}}{(1 + \xi)^2}} \right], \quad (4.4')$$

$$M_d \approx M_r / \xi, \quad (4.6')$$

$$M_d \approx M_r / (1 + \xi). \quad (4.22')$$

В соответствии с данными [11, 172, 163, 173] диапазон возможного изменения K_{II} сталей составляет: $0,4 \leq K_{II} \leq 0,8$. Теоре-

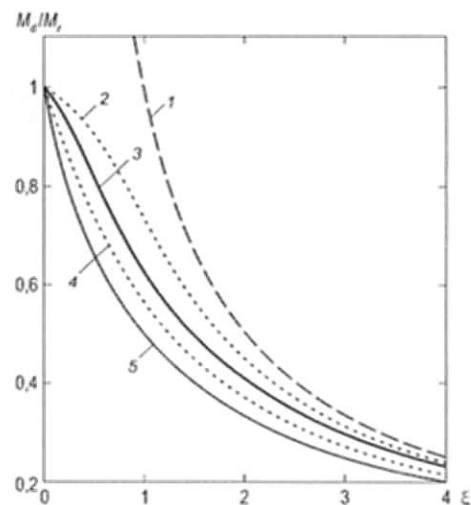


Рис. 40. Зависимость остаточной намагниченности M_d изделий от обобщенного параметра ξ : 1-5 — расчет соответственно по формулам: (4.6'); (4.4') при $K_{II} = 0,866$; (4.23); (4.4') при $K_{II} = 0,4$; (4.22')

тические расчеты [11] приводят к следующему диапазону возможного изменения K_{II} : $0,5 \leq K_{II} \leq 0,866$.

На рис. 40 результаты расчета величины M_d изделий во всем возможном диапазоне изменения K_{II} их материалов по формуле (4.4') сопоставлены с результатами расчета M_d по формулам (4.6') и (4.22').

Анализ полученных результатов показывает, что расчет M_d по (4.6') для всех материалов приводит к завышенным по сравнению с расчетом по (4.4') результатам. При $\xi < 1$ результаты расчета M_d по (4.6') теряют физический смысл: M_d становится больше, чем M_r материала, что невозможно.

Расчет M_d по (4.22') для всех материалов приводит к заниженным по сравнению с расчетом по (4.4') результатам. Максимум отклонения результатов расчета по этим формулам наблюдается при $\xi = 1$ и составляет -32% для материалов с $K_{II} = 0,866$ и -12% для материалов с $K_{II} = 0,4$. Учитывая физически верные результаты расчета по (4.22') во всем возможном диапазоне изменения размагничивающего фактора $0 \leq N \leq 1$, формулу (4.22)

можно рекомендовать для использования в технических расчетах взамен формулы (4.4).

Однако представленные на рис. 40 результаты показывают, что существенно меньшие погрешности расчета M_d во всем возможном диапазоне изменения N для любых материалов получены при использовании модификации формулы (4.22'):

$$M_d \approx \frac{M_r}{(1 + \xi^{1.5})^{2/3}}. \quad (4.23)$$

При $K_{II} = 0,6$ расчет по (4.4) и (4.23) приводит к практически одинаковым результатам, а при $K_{II} = 0,866$ и $K_{II} = 0,4$ максимальное расхождение в результатах расчета по (4.4) и (4.23) имеет место при $\xi = 1$ и составляет не более $\pm 14\%$. Отметим, что и при больших N результаты расчета M_d по (4.23) ближе к результатам расчета M_d по (4.4), чем результаты расчета по (4.6). Все это делает целесообразным использовать для дальнейшей модификации формулу (4.23).

Для модификации формулы (4.23) охарактеризуем количественно пределы изменения и вероятное значение M_r сталей в связи с их H_c . Для анализа используем результаты измерения M_r и H_c сталей 30, 45, 27СГ, 10ХСНД, 15ХН5МФ, 25Х1МФ, 30ХГСА, 30ХГСНА, 30ХМА, 38ХГН, 38ХМЮА, 38ХС, 40Х, 45Х, 40Х1НВА, 50ХНМ, 50ХН1М, 40Х10С2М, 12Х2Н4А, 18Х2Н4ВА, 12Х2Н4А и 18Х2Н4ВА цементированных, 18ХГТ, 30ХН3А, 30ХМА, 60С2, 65Г, У7А, У10А, 95Х18 и 9ХГВ после разных режимов отпуска и закалки, а также отожженных углеродистых сталей. Использованы 593 результата измерения M_r и H_c из рис. 1–48 [172], табл. 2 [173] и табл. 1.1, 3.1, 7.2, 9.1, 14.1–14.4, 16.1–16.2, 17.2, 18.4, 21.1, 21.2, 22.1, 22.2, 24.3, 24.4, 26.2, 28.2, 35.1, 35.2, 36.1, 36.2, 51.5 – 51.8 [163] (опечатки в [163] здесь и далее исправлены в соответствии с [174]: в табл. 9.1, 14.1–14.3, 17.2, 35.1, 35.2, 36.1, 36.2 данные о M_r представлены в кА/м, а не в А/см). По диапазону изменения свойств: $200 \text{ кА/м} \leq M_r \leq 1400 \text{ кА/м}$; $71 \text{ А/м} \leq H_c \leq 7430 \text{ А/м}$ исследованные материалы охватывают практически весь диапазон изменения магнитных свойств сталей. Зависимость $M_r(H_c)$ для исследованных сталей приведена на рис. 41.

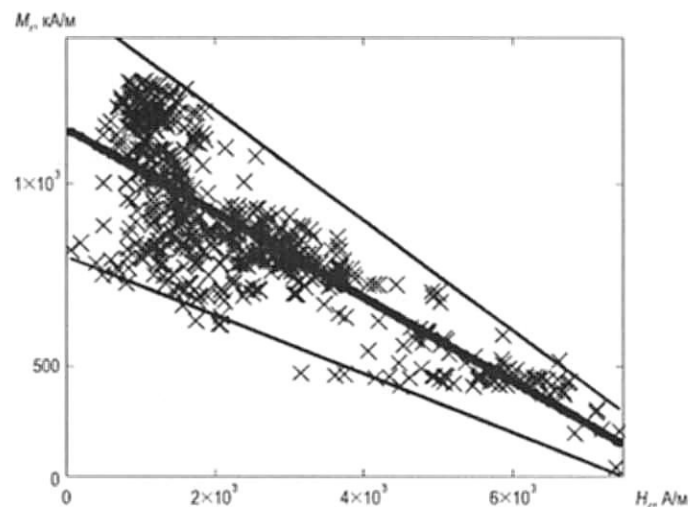


Рис. 41. Зависимость остаточной намагниченности M_r сталей от их коэрцитивной силы H_c . Экспериментальные точки для 593 сталей и зависимости по (4.24), (4.25)

Анализ полученных результатов показывает, что практически все значения M_r сталей заключены в следующем диапазоне их изменения (в системе СИ):

$$80(1 - 10^{-4} H_c)10^4 \leq M_r \leq 150(1 - 10^{-4} H_c)10^4. \quad (4.24)$$

Среднее значение диапазона (4.27) изменения M_r может быть рассчитано по формуле:

$$M_r = 115(1 - 10^{-4} H_c)10^4. \quad (4.25)$$

С учетом (4.23) и (4.25) получим формулу для расчета M_d стальных изделий с любым N по H_c их материала:

$$M_d \approx \frac{115(1 - 10^{-4} H_c)10^4}{\left\{1 + \left[115N(1/H_c - 10^{-4})\right]^{1.5}\right\}^{2/3}}. \quad (4.26)$$

На рис. 42 представлены результаты расчета по (4.26) зависимостей $M_d(\lambda)$ цилиндров из сталей с $H_c = 500$; 1000 и 3000 А/м.

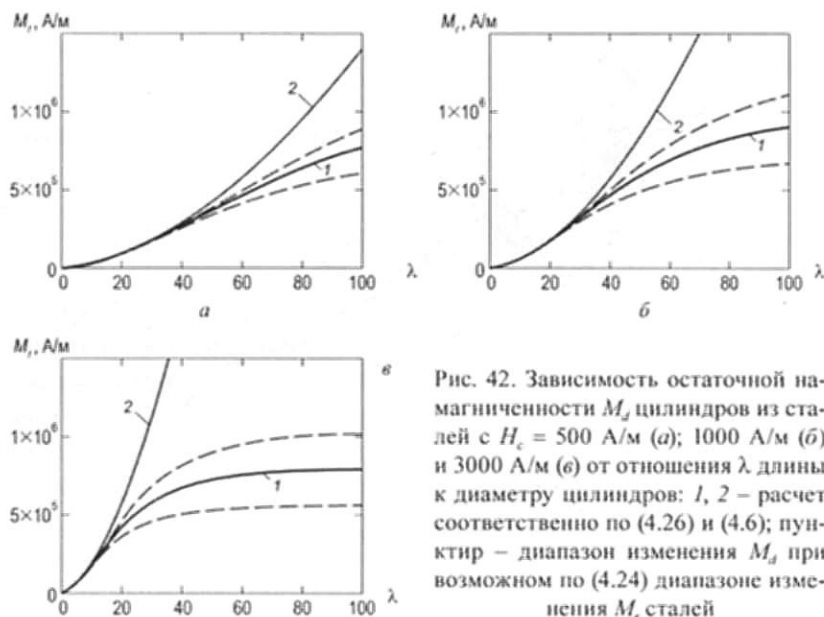


Рис. 42. Зависимость остаточной намагниченности M_d цилиндров из сталей с $H_c = 500$ А/м (а); 1000 А/м (б) и 3000 А/м (в) от отношения λ длины к диаметру цилиндров: 1, 2 – расчет соответственно по (4.26) и (4.6); пунктир – диапазон изменения M_d при возможном по (4.24) диапазоне изменения M_r сталей

Расчет зависимости $N(\lambda)$ цилиндров проведен по формуле (2.4). Возможные диапазоны изменения M_d цилиндров в соответствии с диапазоном (4.24) изменения M_r сталей приведены на рис. 42 пунктиром.

Представленные на рис. 42 результаты показывают, что относительная погрешность определения M_d цилиндров по формуле (4.26), обусловленная возможным диапазоном изменения M_r сталей, не превышает 30%.

В качестве примера использования формулы (4.29) проведем оценку M_d трубок с $D = 20$ мм, $\tau = 1$ мм, $L = 200$ и 500 мм из стали 18ХГТ, отпущенной при 400 °С после закалки. Из рис. 15 в [172] определим: $H_c \approx 1473$ А/м. Значения N трубок, рассчитанные по формуле (3.2), равны 0,002869 и 0,0006915. Расчет по (4.26) позволяет получить для исследуемых трубок значения $M_d = 414$ и 818 кА/м, которые только на +7 и +10% отличаются от результатов расчета M_d по (4.4), для проведения которого было необходимо воспользоваться справочными данными о M_r и M_s стали 18ХГТ

(по рис. 13 и 14 в [172] $M_r \approx 915$ кА/м, $M_s \approx 1639$ кА/м). Отметим, что расчет по формуле (4.6) для исследуемых трубок приводит к результатам (513 и 2130 кА/м), завышенным на 32% для первой трубки и лишены физического смысла для второй.

Таким образом, формула (4.26) рекомендована для расчета M_d стальных изделий по H_c их материала и размагничивающему фактору N . При этом относительная погрешность расчета для изделий с малым N (для которых формула (4.6) приводит к физически не верным результатам) не превышает 30%. Формула (4.23) рекомендована для расчета M_d изделий по H_c , остаточной намагниченности M_r их материала и N . При этом относительная погрешность расчета M_d для изделий с малым N не превышает 14%.

4.1.4. Анализ влияния магнитных свойств материала стального стержня на продольное распределение остаточной намагниченности и размагничивающего поля [33]

В магнитном структурном анализе для расчета и оптимизации места расположения измерительных преобразователей необходимо знать распределение остаточной намагниченности вдоль изделий [113, 115], влияние магнитных свойств материала изделия на это распределение. Непосредственное измерение этого распределения представляет собой сложную техническую задачу, затрудняющую анализ его особенностей, а точное аналитическое решение невозможно [175].

Для анализа влияния изменений магнитных свойств материала стального стержня на распределения остаточной намагниченности $M_d(x)$ и размагничивающего поля $H_d(x)$ воспользуемся хорошо экспериментально обоснованной [31] в широком диапазоне изменения геометрических ($3 \leq \lambda \leq 70$) и магнитных ($0,1 \leq H_c, \text{ кА/м} \leq 3,5$) параметров стержней интерполяцией распределения вдоль них остаточной магнитной индукции $B_d(x)$:

$$B_d(\bar{x}) \approx B_{d0} [1 - C_d \bar{x}^2], \quad (4.27)$$

где $B_d(x)$ – остаточная магнитная индукция в сечении x стержня (начало координат $x = 0$ в его центре), $\bar{x} = 2x/L$;

$$C_d = (B_{d0} - B_{d1})/B_{d0}, \quad (4.28)$$

где B_{d0} и B_{d1} – остаточные магнитные индукции в центральном и торцевом сечениях стержня.

Проведенные в [31] исследования показали, что интерполяция (4.27) при выборе C_d по (4.28) описывает истинное распределение остаточной индукции в стержнях с относительной погрешностью не более $\pm 5\%$ (при $\bar{x} \approx 0,75$). Показано также, что для стержней из одного и того же материала влияние изменений λ на параметр распределения C_d может быть учтено эмпирическим соотношением

$$C_d = (1 + K_d/\lambda)^{-1}, \quad (4.29)$$

где K_d – коэффициент, зависящий от магнитных свойств материала.

Наряду с интерполяцией (4.27) была проанализирована и ее более сложная модификация:

$$B_d(\bar{x}) \approx B_{d0} [1 - C_{d1}\bar{x}^2 - C_{d2}\bar{x}^4], \quad (4.30)$$

где $C_{d1} = 0,8C_d$; $C_{d2} = 0,2C_d$, а C_d определяется по (4.28).

Анализ полученных результатов показал, что погрешности описания экспериментальных результатов интерполяциями (4.27) и (4.30) практически одинаковы. Поэтому использовать для дальнейшего анализа более сложную интерполяцию (4.30) нецелесообразно. Целесообразность использования интерполяции (4.27) для решения поставленной задачи обусловлена и тем, что входящие в нее параметры B_{d0} и B_{d1} могут [176] быть измерены непосредственно в процессе движения стержней.

Для решения поставленной задачи воспользуемся аппроксимацией Фрелиха (4.2) для зависимости намагниченности M ферромагнитного материала от действующего на него магнитного поля H на нисходящей ветви петли магнитного гистерезиса во втором квадранте плоскости (M, H) . Воспользуемся также взаимосвязью (В.5) между индукцией, намагниченностью и магнитным полем в намагниченном материале, которая для остаточной

индукции B_d , остаточной намагниченности M_d и напряженности H_d размагничивающего поля примет вид:

$$B_d = \mu_0(M_d + H_d). \quad (4.31)$$

Применив (4.2) и (4.31) к каждому сечению x стержня, получим следующие уравнения для искомых распределений $M_d(x)$ и $H_d(x)$:

$$M_d^2(x) - M_s \left[1 + \frac{H_c}{M_r} + \frac{B_d(x)}{\mu_0 M_s} \right] M_d(x) + M_s \left[\frac{B_d(x)}{\mu_0} + H_c \right] = 0, \quad (4.32)$$

$$H_d^2(x) + M_s \left[1 + \frac{H_c}{M_r} - \frac{B_d(x)}{\mu_0 M_s} \right] H_d(x) + M_s H_c \left[1 - \frac{B_d(x)}{\mu_0 M_r} \right] = 0. \quad (4.33)$$

Для величины B_{d0} в (4.27) получим из (4.31) и (В.5) при $H_c = 0$:

$$B_{d0} = \mu_0 M_{d0} (1 - N). \quad (4.34)$$

Решая (4.32) и (4.33), найдем с учетом (4.27) и (4.34):

$$M_d(\bar{x}) = \frac{M_s}{2} \left[1 + \frac{H_c}{M_r} + \frac{M_{d0}(1-N)(1-C_d\bar{x}^2)}{M_s} \right] \times \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{4[H_c + M_{d0}(1-N)(1-C_d\bar{x}^2)]}{M_s [1 + H_c/M_r + M_{d0}(1-N)(1-C_d\bar{x}^2)/M_s]^2}} \right\}; \quad (4.35)$$

$$H_d(\bar{x}) = -\frac{M_s}{2} \left[1 + \frac{H_c}{M_r} - \frac{M_{d0}(1-N)(1-C_d\bar{x}^2)}{M_s} \right] \times \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{4H_c [1 - M_{d0}(1-N)(1-C_d\bar{x}^2)/M_r]}{M_s [1 + H_c/M_r - M_{d0}(1-N)(1-C_d\bar{x}^2)/M_s]^2}} \right\}. \quad (4.36)$$

Для материалов с $M_s \gg 4H_c$ из (4.36) следует:

$$H_d(\bar{x}) \approx -H_c \frac{1 - M_{d0}(1-N)(1-C_d\bar{x}^2)/M_r}{1 - M_{d0}(1-N)(1-C_d\bar{x}^2)/M_s + H_c/M_r}. \quad (4.37)$$

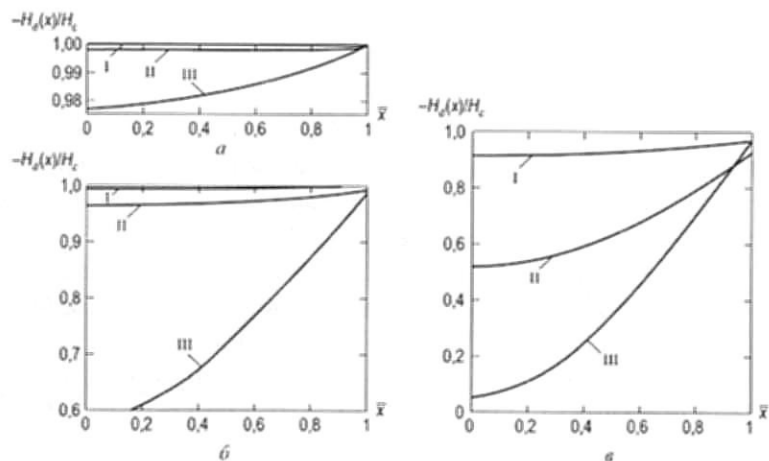


Рис. 43. Распределение $H_d(x)$ размагничивающего поля вдоль цилиндрических стержней с $\lambda = 2$ (I), 10 (II) и 50 (III) из «мягкого» (а), «среднего» (б) и «жесткого» (в) по табл. II материалов. Расчет по (4.37)

При анализе влияния геометрических и магнитных параметров стержней на распределения $M_d(x)$ и $H_d(x)$ для наглядности рассмотрим цилиндры из материалов, магнитные свойства которых приведены в табл. II. Величину N цилиндров будем определять по формулам (2.4), (2.5), а величину параметра C_d – по (4.29) при $K_d = 2$.

Результаты расчета по формуле (4.37) распределения размагничивающего поля вдоль стержней разной относительной длины λ из разных материалов приведены на рис. 43.

Диапазон изменения λ и магнитных свойств материалов цилиндров охватывает практически весь диапазон изменения этих параметров у изделий при их магнитном структурном анализе.

Анализ полученных результатов показывает, что для любого стержня минимальная (по модулю) напряженность размагничивающего поля, равная:

$$H_{d0} \approx -H_c \frac{1 - M_{d0}(1 - N)/M_r}{1 - M_{d0}(1 - N)/M_s + H_c/M_r}, \quad (4.38)$$

соответствует центральному сечению. С приближением к торцам стержня напряженность размагничивающего поля монотонно возрастает (по модулю), нигде не достигает значения $-H_c$ и не ме-

няет знака. Максимум модуля размагничивающего поля на торце стержня равен

$$H_{d1} \approx -H_c \frac{1 - M_{d0}(1 - N)(1 - C_d)/M_r}{1 - M_{d0}(1 - N)(1 - C_d)/M_s + H_c/M_r}. \quad (4.39)$$

Полученный результат показывает несостоятельность расчета распределения размагничивающего поля вдоль оси стальных цилиндров, выполненного в [177] методом магнитных зарядов. По результатам расчета в [177] зависимость $H_d(x)$ имела немонотонный характер и при $\lambda > 20$ расчет приводил к смене знака размагничивающего поля. Проведенный анализ показал, что для этого нет физических оснований.

На рис. 43 обращает на себя внимание, что зависимость $H_d(x)$ при разных λ количественно сильно зависит от магнитной жесткости материала. Так, для стержней с $\lambda \leq 10$ из «мягкого» (по табл. II) материала напряженность размагничивающего поля на протяжении всей длины стержня отличается от $-H_c$ меньше, чем на 0,2%. Для стержней из «среднего» материала это отличие не превышает 0,8%, а из «жесткого» – может достигать 34%. Анализ выражения (4.37) показал, что вариации параметра C_d в возможном по (4.29) диапазоне его изменения не оказывают существенного влияния на распределение $H_d(x)$. Величина H_{d0} (4.38) не зависит от C_d , а H_{d1} (4.39) зависит от C_d слабо (для «мягкого» и «среднего» по табл. II материалов при $\lambda \leq 20$ – практически не зависит).

Зависимости $M_d(x)$ в относительных координатах $M_d(x)/M_{d0}$ для трех исследованных материалов из табл. II практически совпадают. На рис. 44 эта зависимость приведена для трех стержней из «среднего» по табл. II материала.

Численный анализ формулы (4.35) показал, что для стержней любого λ из исследованных материалов зависимость $M_d(x)$ с относительной погрешностью менее 0,1% может быть интерполирована параболической зависимостью вида

$$M_d(\bar{x}) = M_d(1 - C_d^{\lambda} \bar{x}^2), \quad (4.40)$$

где

$$C_d^{\lambda} = C_d(1 - N - H_c/M_r). \quad (4.41)$$

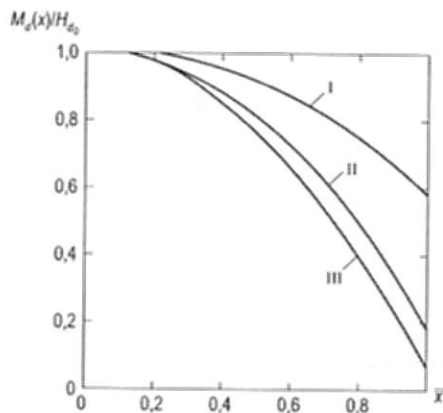


Рис. 44. Распределение остаточной намагниченности вдоль стержней из «среднего» по табл. 11 материала при $\lambda = 2$ (I), 10 (II) и 50 (III). Расчет по (4.35)

На рис. 45 приведены результаты анализа влияния λ стержней из разных материалов на соотношение C_d^1 и C_d .

Видно, что для «мягкого» и «среднего» материалов при $\lambda \geq 10$ разница между C_d^1 и C_d не превышает 2%. При расчетах пространственного распределения поля остаточной намагниченности стержней и сигналов индукционных преобразователей этой разницей можно пренебречь. Для более коротких стержней и стержней из «жесткого» материала при соответствующих расчетах надо использовать величину C_d^1 , рассчитанную по (4.41).

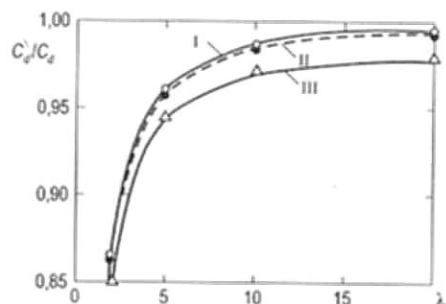


Рис. 45. Зависимость между параметрами C_d^1 и C_d распределения остаточной намагниченности и индукции от λ стержней из «мягкого» (I, o), «среднего» (II, ●) и «жесткого» (III, Δ) по табл. 11 материалов. Линии – расчет по (4.41), точки – по (4.35)

4.1.5. Особенности формирования остаточной намагниченности цилиндров неоднородного сечения [50]

Для анализа возможностей магнитного контроля физико-механических свойств изделий из ферромагнитных материалов необходимо знать их размагничивающий фактор. Разработанные рекомендации по применению формул (табл. 10) для расчета центрального коэффициента N размагничивания тел могут быть использованы для анализа процесса и результата намагничивания изделий однородного по длине сечения (оси, штифты, ниппели, муфты, гайки, шайбы). Но не все промышленные изделия имеют простую форму. Например, на машиностроительных заводах выпускается широкая номенклатура болтов. Их особенностью является неоднородность сечения по длине – наличие на торце «головки» большего сечения. Выпускаются и изделия, представляющие собой составной полый цилиндр с различными диаметрами и длинами составляющих.

Для анализа намагничивания таких изделий не могут быть использованы формулы, рекомендованные в табл. 10 для расчета N тел однородного сечения. Само понятие «центрального» коэффициента размагничивания для изделий неоднородного по длине сечения носит условный характер. Координата сечения изделия, имеющего максимальную намагниченность, зависит не только от соотношения длин участков разного сечения, но и от напряженности намагничивающего поля и магнитных свойств материала.

Установим особенности намагничивания и формирования остаточной намагниченности изделий неоднородного по длине сечения. Для проведения экспериментальных исследований процесса и результата намагничивания изделий неоднородного по длине сечения был изготовлен комплект модельных образцов, внешний вид которых в сопоставлении с реальными изделиями представлен на рис. 46.

Образцы длиной по 80 мм каждый изготовлены из одного прутка диаметром 18 мм стали 40X в состоянии поставки. Участок меньшего диаметра (9 мм) получен на токарном станке



Рис. 46. Модельные образцы и промышленные изделия неоднородного по длине сечения

на режимах резания, не приводящих к изменению свойств металла. Длина участков меньшего диаметра на разных образцах была 0, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 75 и 80 мм. Форма модельных образцов соответствует формам реальных изделий (рис. 46).

Для экспериментов использован прибор «Магнитный анализатор качества структуры изделий МАКСИ (АНБ-692)» [157–159]. Изделие (рис. 47, а), свободно падая вдоль направляющей, проходит через область со стационарным полем намагничивающей катушки, напряженность которого можно ступенчато регулировать в диапазоне от 7,4 до 37 кА/м. Исходная высота падения изделий установлена так, что зависания изделия в намагничивающем поле не происходит. Преобразователь для измерения максимального магнитного потока Φ_m в изделии при намагничивании охватывает направляющую и расположен в центральном сечении намагничивающей катушки. Для измерения остаточного магнитного потока Φ_d предназначен преобразователь, охватывающий направляющую и расположенный (рис. 47, а) в системе компенсирующих катушек.

При движении вдоль направляющей изделие вызывает изменение магнитных потоков $\Phi_1(t)$ и $\Phi_2(t)$ (рис. 47, б), сцепленных

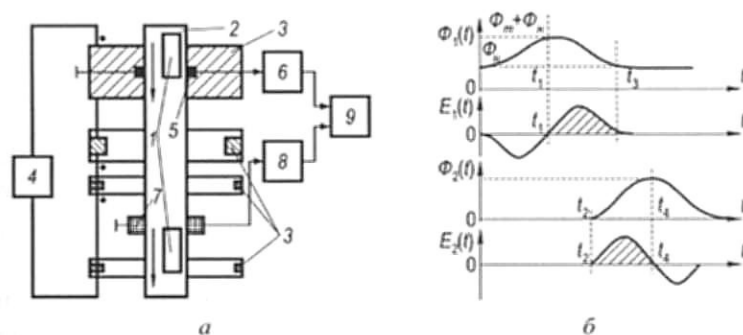


Рис. 47. Функциональная схема (а) и временные диаграммы работы (б) прибора МАКСИ (АНБ-692): 1 – контролируемое изделие; 2 – направляющая; 3 – намагничивающая и компенсирующие катушки; 4 – источник тока; 5, 7 – измерительные преобразователи; 6, 8 – измерительные каналы; 9 – блок регистрации и разбраковки

соответственно с первым и вторым преобразователями, и индуцирует в них ЭДС:

$$E_1(t) = -n_{b1} \frac{d\Phi_1(t)}{dt}; \quad E_2(t) = -n_{b2} \frac{d\Phi_2(t)}{dt}, \quad (4.42)$$

где n_{b1} , n_{b2} – количества витков в соответствующих катушках.

ЭДС $E_1(t)$ и $E_2(t)$ поступают на входы идентичных измерительных каналов, выделяющих из них однополярные импульсы напряжения (заштрихованные на рис. 47, б) и осуществляющие аналоговое интегрирование выделенных импульсов. В момент времени t_1 начала интегрирования ЭДС $E_1(t)$ поток $\Phi_1(t_1) = \Phi_n + \Phi_m$ (Φ_n – магнитное потокосцепление намагничивающей и первой измерительной катушек), а в момент времени t_3 окончания интегрирования $E_1(t)$ поток $\Phi_1(t_3) = \Phi_n$. В момент времени t_2 начала интегрирования ЭДС $E_2(t)$ поток $\Phi_2(t_2) \approx 0$, а в момент времени t_4 окончания интегрирования ЭДС $E_2(t)$ поток $\Phi_2(t_4) = \Phi_d$. Для результирующих сигналов U_1 и U_2 первого и второго измерительного каналов получено [157]:

$$U_1 = \frac{1}{K_n} \int_{t_1}^{t_3} E_1(t) dt = -\frac{N_{b1}}{K_n} [\Phi_1(t_3) - \Phi_1(t_1)] = \frac{N_{b1}}{K_n} \Phi_m, \quad (4.43)$$

$$U_2 = \frac{1}{K_n} \int_{t_2}^{t_4} E_2(t) dt = -\frac{N_{b2}}{K_n} [\Phi_2(t_2) - \Phi_2(t_4)] = \frac{N_{b2}}{K_n} \Phi_d, \quad (4.44)$$

где K_n – постоянная интегрирования.

Сигналы U_1 и U_2 индицируются на цифровых индикаторах « Φ_m » и « Φ_d » прибора. Параметры N_{b1} , N_{b2} и K_n выбраны так, что $N_{b1}/K_n = 2 \cdot 10^5$ В/Вб, а $N_{b2}/K_n = 2 \cdot 10^6$ В/Вб. Относительная погрешность измерения прибора не более 2,5%.

Прибор МАКСИ (АНБ-692) позволяет при пролете изделия сквозь преобразователь определить значения наибольших максимального Φ_m и остаточного Φ_d магнитных потоков в изделии независимо от того, какому сечению изделия эти потоки соответствуют.

Для визуализации сигнала ЭДС измерительной катушки, индуцированного в ней движущимся образцом, использован запоминающий осциллограф.

Экспериментальные исследования влияния формы модельных образцов (см. рис. 46) на величины максимального Φ_m и остаточного Φ_d магнитных потоков в них проведены в режиме свободного падения образцов в преобразователе прибора МАКСИ (АНБ-692). Для исключения смещения образцов в преобразователе диаметром 40 мм использована центрирующая трубка диаметром 20 мм. Исследования проведены при напряженностях намагничивающего поля: $H_e \approx 7,4; 14,8; 22,2; 29,6$ и 37 кА/м. После каждого измерения образцы размагничивали. Результаты исследований влияния длины X участка большего диаметра на величины Φ_m и Φ_d в модельных образцах приведены на рис. 48.

Осциллограммы ЭДС измерительной катушки средним диаметром 32 мм, содержащей 1000 витков, при падении модельных образцов сквозь нее с высоты 17 см (участком большего диаметра вниз) в остаточном намагниченном состоянии после намагничивания в поле $H_e \approx 37$ кА/м приведены на рис. 49.

Полученные результаты показывают, что в поле H_e максимальный магнитный поток Φ_m в образцах монотонно увеличивается (рис. 48, а) с увеличением длины X области большего диаметра. При этом характер зависимостей $\Phi_m(X)$ при разных напряженнос-

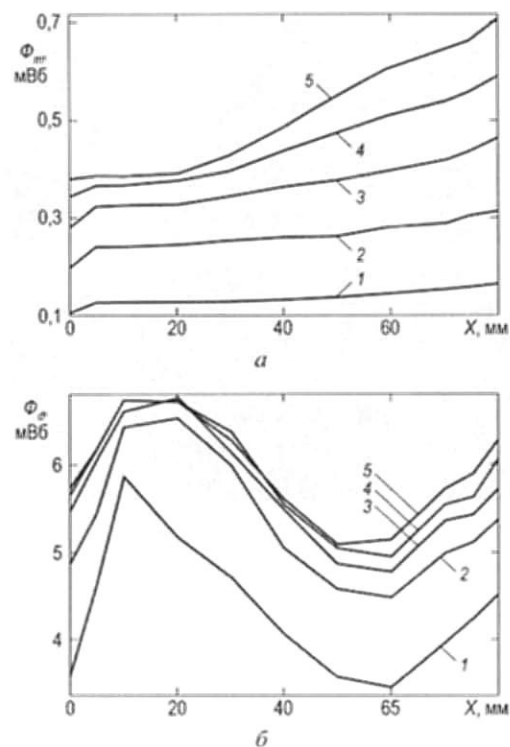


Рис. 48. Влияние длины X участка большего диаметра на величины максимального Φ_m (а) и остаточного Φ_d (б) магнитных потоков в экспериментальных образцах из стали 40Х длиной 80 мм. Измерение прибором МАКСИ (АНБ-692) при $H_e \approx 7,4; 14,8; 22,2; 29,6$ и 37 кА/м (соответственно кривые 1–5)

тях H_e намагничивающего поля свидетельствует, что к техническому насыщению с увеличением H_e быстрее приближается образец меньшего диаметра. Это соответствует характеру изменения Φ_m в сплошном цилиндре с увеличением его диаметра [48].

В остаточном намагниченном состоянии зависимости $\Phi_d(X)$ образцов имеют немонотонный и неоднозначный характер (рис. 48, б). При крайних значениях $X = 0$ и $X = 80$ мм (для сплошных цилиндров длиной 80 мм и диаметром соответственно 9 и 18 мм) характер изменения остаточного магнитного потока Φ_d соответствуют представлениям (см. рис. 39) о характере измене-

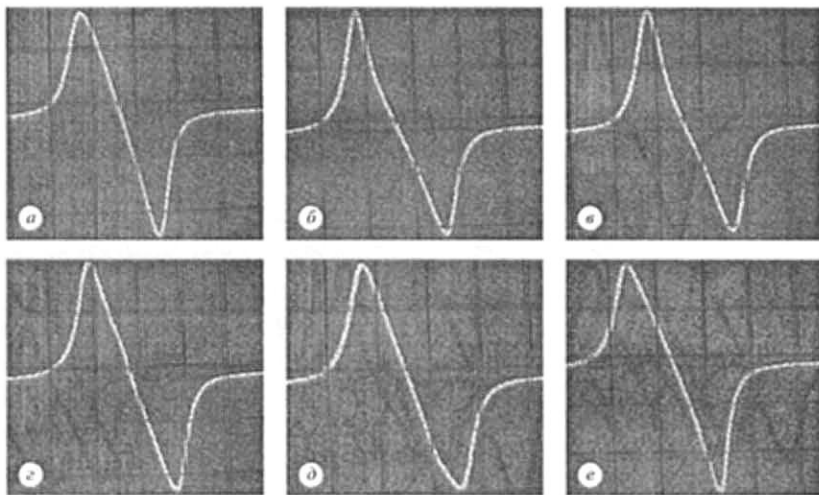


Рис. 49. Осциллограммы (20 мс/дел, 50 мВ/дел) ЭДС измерительной катушки при падении сквозь нее намагниченных образцов с разной длиной X области большего диаметра (а-е – соответственно для $X = 0, 5, 10, 40, 70, 80$ мм)

ния Φ_d в сплошном цилиндре с увеличением его диаметра. Но при малых значениях $X = 5 \div 10$ мм имеет место резкое (особенно после намагничивания в слабом поле) возрастание остаточного магнитного потока в образце. В результате Φ_d в образце с длиной области большего диаметра $X = 10$ мм в $2 \div 1,3$ раза (в зависимости от напряженности H_e намагничивающего поля) превышает Φ_d в однородном по длине цилиндре меньшего диаметра и в $1,4 \div 1,1$ раза превышает Φ_d в однородном по длине цилиндре большего диаметра. При этом, как следует из осциллограмм рис. 49, общее монотонное распределение остаточного магнитного потока вдоль образцов не нарушается.

При изменении области большего диаметра образцов в диапазоне $X = 10 \div 20$ мм Φ_d в образцах практически не изменяется (рис. 48, б), а в диапазоне изменения $X = 20 \div 50$ мм происходит монотонное и существенное уменьшение Φ_d в образцах. При $X = 50 \div 60$ мм (в этом диапазоне Φ_d в образцах практически не меняется) величина Φ_d составляет $85 \div 90\%$ от Φ_d в однородном по длине цилиндре меньшего диаметра и $70 \div 80\%$ от Φ_d

в однородном по длине цилиндре большего диаметра. При этом, как следует из осциллограмм рис. 49, монотонное распределение остаточного магнитного потока вдоль образцов не нарушается. В диапазоне изменения $X = 60 \div 80$ мм происходит монотонное увеличение Φ_d в образцах до значения, равного Φ_d в образце большего диаметра.

Установленное явление аномального возрастания остаточного магнитного потока Φ_d в образце с малой длиной X области большего диаметра важно учитывать при выборе режима намагничивания изделий типа «болт» (см. рис. 46). Интерпретировать это явление можно как снижение условного «центрального» коэффициента $N_{\text{усл}}$ размагничивания таких изделий за счет увеличения их «эффективной» длины, связанной с увеличением площади поверхности образца в области его торца. В соответствии с этим снижением $N_{\text{усл}}$ должна быть скорректирована требуемая для намагничивания изделия напряженность поля [46] и установлен размагничивающий фактор изделия при расчете его M_d по (4.4), (4.26).

4.2. Расчет и анализ параметров предельной петли гистерезиса и основной кривой намагничивания ферромагнитного тела

Теория перемагничивания поликристаллического ферромагнитного материала, позволяющая получить универсальное аналитическое выражение для изменения его намагниченности под действием приложенного магнитного поля с учетом нелинейных и необратимых процессов в настоящее время отсутствует. Физических оснований, что такая теория будет создана, нет. Тем не менее необходимость проведения расчетов магнитных цепей с нелинейными элементами определила появление аппроксимаций основной кривой намагничивания и предельной петли гистерезиса [13–23], успешно описывающих реальные процессы намагничивания материалов. Выше (§ 4.1.1) было показано, что при правильном физическом подходе к описанию гистерезисных свойств ферромагнитного тела использование того или иного выражения

для описания петли гистерезиса материала не имеет принципиального значения. На первый план выходит удобство для дальнейшего использования в расчетах получаемой формулы. Проанализируем формулы для расчета предельной петли гистерезиса ферромагнитного тела.

4.2.1. Формула для расчета предельной петли гистерезиса ферромагнитного тела [35]

Выражение для изменения намагниченности M ферромагнитного тела после намагничивания до насыщения записано в [177] на основании (4.2), (4.3) и (B.10) в виде

$$M = \frac{1 + \alpha(H_e \pm H_c) + \alpha NM_s}{2N\alpha} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4\alpha^2 NM_s (H_e \pm H_c)}{(1 + \alpha(H_e \pm H_c) + \alpha NM_s)^2}} \right], \quad (4.45)$$

где
$$\alpha = \frac{M_r}{(M_s - M_r)H_c}, \quad (4.46)$$

знак «+ (-)» соответствует нисходящей (восходящей) ветви предельной петли магнитного гистерезиса, а в [45] на основании (4.2) и (B.10) в виде

$$M(H_e) = M_s A \left[1 - \sqrt{1 - \frac{K_{\Pi}(h_e + 1)}{\xi A^2}} \right], \quad (4.47)$$

где $A = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{(1 + h_e K_{\Pi})}{\xi} \right]$; $h_e = \frac{H_e}{H_c}$; $\xi = \frac{NM_r}{H_c}$; $K_{\Pi} = \frac{M_r}{M_s}$.

Для описания симметричной петли гистерезиса ферромагнитного тела воспользуемся аппроксимацией [178] соответствующей кривой намагничивания материала, которая хорошо описывает восходящую и нисходящую ветви симметричных петель гистерезиса реальных материалов:

$$M = M_s \frac{\alpha(H_i \pm H_c)}{1 + \alpha |H_i \pm H_c|}, \quad (4.48)$$

где α определяется по (4.46), знак «-(+)» соответствует восходящей (нисходящей) ветви петли гистерезиса. Для нисходящей

ветви в первом и втором квадранте плоскости (M, H) формула (4.48) дает (4.2). Решая совместно (4.48) и (B.10) для намагниченности M , получим для нисходящей ветви предельной петли гистерезиса ферромагнитного тела:

при $H_e > -H_c$:

$$M = \{1 + \alpha NM_s + \alpha(H_e + H_c) - [1 + \alpha^2(H_e + H_c)^2 + \alpha^2 N^2 M_s^2 - 2\alpha^2 NM_s(H_e + H_c) + 2\alpha NM_s + 2\alpha(H_e + H_c)]^{1/2}\} / (2\alpha N), \quad (4.49)$$

(анализ (4.49), (4.45) и (4.47) показывает, что эти выражения совпадают между собой);

при $H_e < -H_c$:

$$M = \{\alpha(H_e + H_c) - 1 - \alpha N J_s + [1 + \alpha^2(H_e + H_c)^2 + \alpha^2 N^2 M_s^2 + 2\alpha^2 NM_s(H_e + H_c) + 2\alpha NM_s - 2\alpha(H_e + H_c)]^{1/2}\} / (2\alpha N). \quad (4.50)$$

Аналогично для восходящей ветви петли:

при $H_e > H_c$:

$$M = \{1 + \alpha NM_s + \alpha(H_e - H_c) - [1 + \alpha^2(H_e - H_c)^2 + \alpha^2 N^2 M_s^2 - 2\alpha^2 NM_s(H_e - H_c) + 2\alpha NM_s + 2\alpha(H_e - H_c)]^{1/2}\} / (2\alpha N) \quad (4.51)$$

и при $H_e < H_c$:

$$M = \{\alpha(H_e - H_c) - 1 - \alpha NM_s + [1 + \alpha^2(H_e - H_c)^2 + \alpha^2 N^2 M_s^2 + 2\alpha^2 NM_s(H_e - H_c) + 2\alpha NM_s - 2\alpha(H_e - H_c)]^{1/2}\} / (2\alpha N). \quad (4.52)$$

Не нарушая общности рассмотрения, влияние размеров изделий из разных материалов на характер предельной петли их гистерезиса, рассчитанной по формулам (4.49)–(4.52), проиллюстрируем, как и выше, для материалов трех типов, различающихся по магнитной жесткости. Магнитные свойства анализируемых материалов в соответствии с их условными названиями приведены в табл. 11.

В качестве изделия рассмотрим цилиндр, центральный коэффициент размагничивания которого будем рассчитывать по формуле (2.4).

Приведенные на рис. 50 петли гистерезиса материалов из табл. 11 и цилиндров разной длины из этих материалов наглядно показывают определяющее влияние размагничивающего фактора N тел на характер предельной петли их гистерезиса.

Таким образом, по формулам (4.49)–(4.52) можно рассчитать намагниченность тела в поле напряженностью H_c после намагничивания до технического насыщения. Для этого надо знать магнитные характеристики материала (H_c , M_s , M_s) и коэффициент размагничивания тела, рассчитанный по формулам табл. 10 или измеренный.

В качестве примера использования формул (4.49)–(4.52) рассчитаем размеры сердечника, имеющего максимум дифференциальной магнитной проницаемости в заданном поле $-H_c$. Из (4.50) получим для dM/dH_c :

$$dM/dH_c = [Q + (\alpha H_e + \alpha H_c - 1 + \alpha N M_s)] / (2NQ), \quad (4.53)$$

$$Q = \frac{\sqrt{\alpha^2 (H_e + H_c)^2 + 1 + \alpha^2 N^2 M_s^2 - 2\alpha (H_e + H_c) + 2\alpha N M_s + 2\alpha^2 N M_s (H_e + H_c)}}{2\alpha^2 N M_s (H_e + H_c)}.$$

Зависимости $\frac{dM}{dH_e}(N)$ для разных материалов из табл. 11 представлены на рис. 51.

Анализ полученных результатов показывает, что с изменением внешнего размагничивающего поля H_c от -10 до -30 кА/м коэффициент размагничивания сердечника, обеспечивающего максимальное значение отношения dM/dH_c , увеличивается (для «мягкого» материала – от 0,006 до 0,019; для «среднего» – от 0,009 до 0,028; для «жесткого» – от 0 до 0,005). При этом величина $(dM/dH_c)_{max}$ с изменением H_c от -10 до -30 кА/м уменьшается, оставаясь максимальной для «мягкого» материала. Представленные графики позволяют определить размагничивающий фактор (и, следовательно, размеры) сердечника из определенного материала, обеспечивающего неизменность значения dM/dH_c .

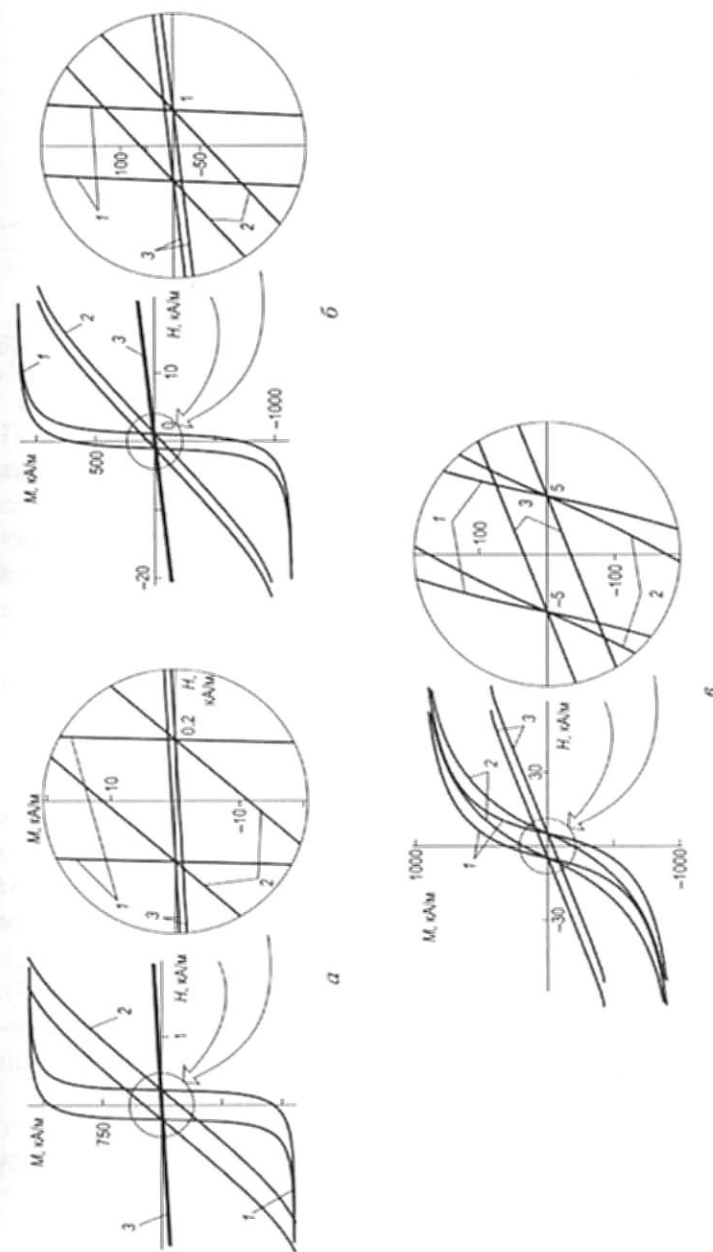


Рис. 50. Предельные петли гистерезиса «мягкого» (а), «среднего» (б) и «жесткого» (б) по табл. 11 материалов (кривые 1) и цилиндров $\lambda = 10$ (кривые 2) и $\lambda = 2$ (кривые 3) из этих материалов

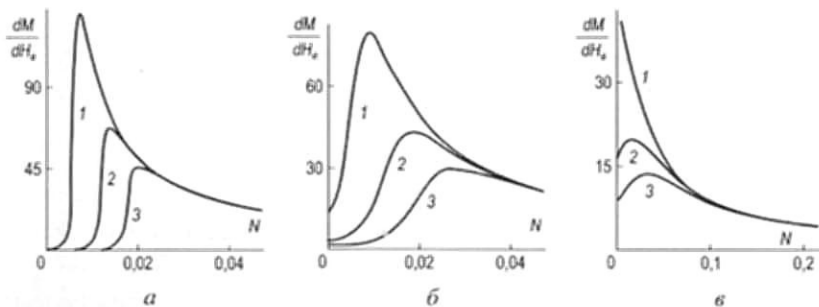


Рис. 51. Зависимости dM/dH_e ферромагнитного тела от размагничивающего фактора N для «мягкого» (а), «среднего» (б) и «жесткого» (в) по табл. 11 материалов: 1 – для $H_c = -10$ кА/м, 2 – для $H_c = -20$ кА/м, 3 – для $H_c = -30$ кА/м

в рассмотренном диапазоне изменения H_e (точки на графиках рис. 51, в которых кривые 1, 2 и 3 сливаются).

Полученные формулы могут быть использованы и при расчетах намагниченности тел, находящихся под действием полей сторонних источников.

4.2.2. Анализ влияния нелинейности зависимости намагниченности в теле после намагничивания от действующего на тело магнитного поля [45]

Используем разработанные формулы для анализа влияния магнитных свойств материала тела и его размагничивающего фактора N на нелинейность зависимости намагниченности M в теле после намагничивания до технического насыщения полем H_m от действующее на тело магнитного поля H_e ($-H_c \leq H_e \leq H_m$). Для описания зависимости $M(H_e)$ воспользуемся формулой (4.47). В качестве параметра, характеризующего нелинейность зависимости $M(H_e)$, рассмотрим интегральную нелинейность Π этой зависимости во втором квадранте плоскости (M, H_e) :

$$\Pi = \frac{M(-H_c/2) - M_d/2}{M_d/2} \cdot 100\%. \quad (4.54)$$

Учитывая (4.47), получим для Π следующее выражение:

$$\Pi = \left\{ \frac{\left(2 - \frac{K_{\Pi}}{\xi + 1} \right) \left[1 - \left(1 - \frac{2K_{\Pi}}{\xi [1 + (1 - K_{\Pi}/2)/\xi]^2} \right)^{1/2} \right]}{1 - [1 - 4K_{\Pi}\xi/(\xi + 1)^2]^{1/2}} \right\} \cdot 100\%. \quad (4.55)$$

Изолинии $\Pi = \text{const}$ в координатах (ξ, K_{Π}) приведены на рис. 52. Для тел, параметры ξ и K_{Π} которых лежат, например, правее изолинии 4, величина Π не превышает 1%, а правее изолинии 1 – 0,1%.

Для наглядности анализа рассмотрим влияние на величину Π отношения длины к диаметру цилиндров из материалов, магнитные свойства которых приведены в табл. 11. Для расчета N цилиндров воспользуемся формулой (2.4) для цилиндров из материала с высокой магнитной проницаемостью (что оправдано для $|H_c| \ll H_m$). На рис. 53 приведены результаты анализа влияния λ цилиндров из разных материалов на величину Π .

Видно, что для изделий с $\lambda \leq 20$ из мягкого материала Π не превосходит 0,1%, а для изделий из среднего материала при

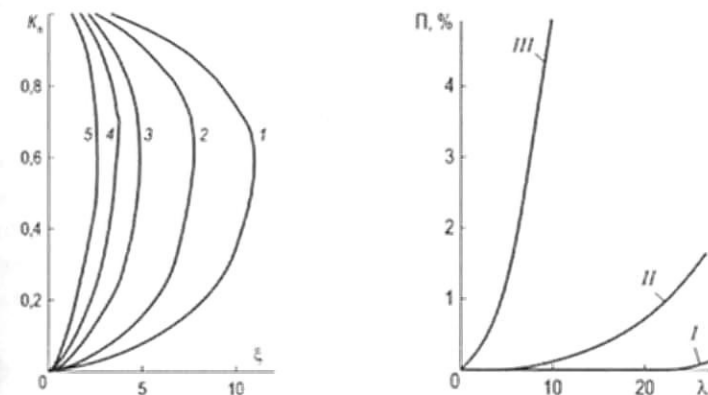


Рис. 52. Изолинии функции Π по (4.55) в координатах (ξ, K_{Π}) : I, 2, 3, 4, 5 – соответственно для $\Pi = 0,1; 0,2; 0,5; 1$ и 2%
Рис. 53. Влияние λ цилиндров из «мягкого» (I), «среднего» (II) и «жесткого» (III) по табл. 11 материалов на интегральную нелинейность Π зависимости $M(H_e)$ при $-H_c \leq H_e \leq H_m$. Расчет по (4.55)

$\lambda \leq 20$ и изделий из «жесткого» материала при $\lambda \leq 5$ величина P не превосходит 1%. Для этих изделий зависимость $M(H_c)$ во втором квадранте плоскости (ξ, K_{II}) и прилегающей к нему части первого квадранта близка к прямой линии, пересекающей ось H_c в точке $-H_c$, угол наклона которой к оси H_c определяется величиной N . Полученный результат будет использован далее для селективного измерения коэрцитивной силы движущихся малогабаритных изделий.

4.2.3. Расчет и анализ релаксационной коэрцитивной силы H_{rc} ферромагнитного тела [54]

Релаксационная коэрцитивная сила H_r (см. табл. 1) – величина, равная напряженности магнитного поля, необходимого для приведения магнитного материала с остаточной намагниченностью в статически размагниченное состояние (рис. 54) [83]. Большое значение знание H_r имеет при необходимости размагничивания ферромагнитных материалов и изделий из них. Применение постоянных размагничивающих полей с напряженностью, отличной от H_r , приводит к низкой эффективности размагничивающих устройств и недопустимому уровню остаточной намагниченности материала.

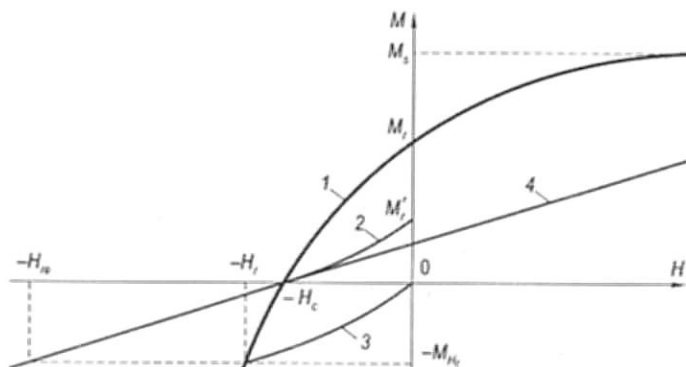


Рис. 54. Участок нисходящей ветви предельной петли гистерезиса ферромагнитного материала (1) и тела (4) и кривые возврата, соответствующие перемагничиванию материала полями $-H_c$ (2) и $-H_r$ (3)

Хотя H_r коррелирует с коэрцитивной силой H_c материала, считать $H_r \approx H_c$, как это предложено иногда делать в магнитном структурном анализе [73, 179], не приемлемо. С увеличением размагничивающего фактора N тела величина его H_c не изменяется, но происходит многократное увеличение релаксационной коэрцитивной силы тела H_{rc} по сравнению с H_r и H_c (рис. 54) [179, 54]. Наблюдаемое у легированных и углеродистых сталей изменение характера зависимости H_{rc} от температуры отпуска при увеличении N тела позволило использовать результаты измерения H_{rc} для неразрушающего контроля [180].

4.2.3.1. Анализ известных формул для расчета H_{rc}

В [166] для расчета H_{rc} ферромагнитного тела разработана формула

$$H_{rc} = H_c \sqrt{[(1 + NM_r/H_c) \operatorname{ctg}(\pi K_{II}/2)]^2 + 1}. \quad (4.56)$$

При разработке (4.56) в [166] для описания предельной петли гистерезиса ферромагнитного тела использована «арктангенсовая» аппроксимация. Выше (§ 4.1.1) показана несостоятельность использованного в [166] подхода – форма петли гистерезиса ферромагнитного тела принципиально отличается от формы петли гистерезиса ферромагнитного материала, для которой использование «арктангенсовой» аппроксимации (4.7) приемлемо. Полученные по предложенной в [166] методике формулы для реальных изделий и материалов приводят к результатам, отличающимся от данных экспериментов на сотни процентов (тем больше, чем больше N тела и чем меньше K_{II} материала). Это делает формулу (4.56) не пригодной для использования в расчетах H_{rc} .

В [73, 179] для расчета H_{rc} на основании (B.10) предложена формула:

$$H_{rc} = H_r + NM_{lr}, \quad (4.57)$$

где M_{lr} – «релаксационная намагниченность» – намагниченность, соответствующая релаксационной коэрцитивной силе H_r (см. рис. 54).

Для расчета размагничивающего фактора N тел разной формы разработаны простые и точные формулы (см. табл. 10). Но трудоемкость измерения H_r и M_{Hr} с использованием стандартных методик измерения магнитных параметров [58, 85] и на образцах разомкнутой формы [181] приводит к тому, что H_r и M_{Hr} измерены экспериментально на ограниченном количестве материалов [73, 72, 182, 163] и не включены в число основных магнитных параметров сталей и чугунов (H_c , M_s , M_r), приведенных в справочной литературе практически для всех известных материалов [72, 163, 172, 183, 184]. Это делает невозможным использование формулы (4.56) для расчета H_{rc} изделий из большинства известных сталей.

Разработаем физически и экспериментально обоснованную формулу для расчета релаксационной коэрцитивной силы H_{rc} ферромагнитного тела по его размагничивающему фактору N и основным магнитным параметрам материала (H_c , M_s и M_r).

4.2.3.2. Разработка формулы для расчета релаксационной коэрцитивной силы H_{rc} ферромагнитного тела

Вспользуемся (см. рис. 54) подобием треугольников, катетами которых являются H_r , M_{Hr} и H_c , M'_r , из которого следует:

$$M_{Hr} = M'_r H_r / H_c, \quad (4.58)$$

где M'_r (см. рис. 54) – остаточная намагниченность материала после намагничивания до насыщения, перемагничивания полем $-H_c$ и выключения этого поля.

Для расчета H_r применим формулу, разработанную и обоснованную в [182]:

$$H_r = H_c \left[1 + \frac{\pi}{2} \frac{M'_r / M_s}{\operatorname{tg}(\pi K_{\Pi} / 2)} \right]. \quad (4.59)$$

Вспользуемся так же формулой (19) из [19] для зависимости остаточной намагниченности M_{Hr} по кривой возврата от напряженности H_i перемагничивающего поля (материал намагничен

до насыщения M_s , затем перемагничен полем $H_i < 0$, после чего поле изменилось от H_i до 0). Во введенных обозначениях эта формула может быть записана в виде:

$$M_{Hr} = \frac{M_r}{\pi K_{\Pi}} \left\{ S + 2 \left[1 - \frac{S}{\pi} \right] \operatorname{arctg} \frac{H_c + H_i}{H_0} \right\}, \quad (4.60)$$

где $S = \operatorname{arctg} \frac{H_c - H_i}{H_0} - \operatorname{arctg} \frac{H_c}{H_0}$; $H_0 = H_c / \operatorname{tg} \left(\frac{\pi K_{\Pi}}{2} \right)$.

Правомерность использования формулы (4.60) для расчета M_{Hr} обоснована в [19].

Из (4.60) при $H_i = -H_c$ получим для остаточной намагниченности M'_r материала после перемагничивания полем напряженностью $-H_c$:

$$M'_r = M_s F / \pi, \quad (4.61)$$

где $F = \operatorname{arctg} [2 \operatorname{tg}(\pi K_{\Pi} / 2)] - \operatorname{arctg} [\operatorname{tg}(\pi K_{\Pi} / 2)]$. (4.62)

Подставив (4.61) в (4.59), получим формулу для расчета релаксационной коэрцитивной силы H_r ферромагнитного материала:

$$H_r = H_c \left[1 + \frac{F}{2 \operatorname{tg}(\pi K_{\Pi} / 2)} \right]. \quad (4.63)$$

В [54] показано, что в диапазоне изменения $0,2 \leq K_{\Pi} \leq 1$ зависимость (4.63) практически точно может быть интерполирована функцией

$$H_r \approx H_c \left[1 + 0,64(1 - K_{\Pi})^2 \right]. \quad (4.64)$$

В [185] проведено сопоставление результатов расчета по (4.64) и измерения в [163] H_r 83 разных сталей в широком диапазоне изменения их магнитных свойств. Статистическая обработка позволила получить для коэффициента R корреляции между результатами расчета по (4.64) и эксперимента значение $R = 0,9940$ при среднеквадратичном отклонении $\sigma = 98,7$ А/м.

Полученный результат приемлем для использования формулы (4.64) на практике. Но оптимальные статистические резуль-

таты ($R = 0,9942$ при $\sigma = 93,4$ А/м) были получены при расчете H_r не по (4.64), а по формуле

$$H_r \approx H_c \left[1 + 0,54(1 - K_{\Pi})^2 \right]. \quad (4.65)$$

Разница в расчете H_r по формулам (4.64) и (4.65) для конкретных сталей по результатам измерения их H_c , M_r и M_s составляет около 1%. Это на порядок меньше относительной погрешности $\delta = \pm 10\%$ измерения H_r [181], меньше $\delta = \pm 2\%$ измерения H_c [58] и сопоставимо с $\delta = \pm 1\%$ измерения $K_{\Pi} = M_r/M_s$ [58]. Тем не менее, учитывая небольшую разницу между значениями H_r и H_c многих сталей, для расчета H_r рекомендуем формулу (4.65), полученную корректировкой формулы (4.64) по результатам статистической обработки данных результатов расчета и измерения H_r .

Подставив (4.63) и (4.61) в (4.58), получим, с учетом (4.62), формулу для расчета релаксационной намагниченности M_{Hr} ферромагнитного материала:

$$M_{Hr} = M_r \frac{F}{\pi K_{\Pi}} \left[1 + \frac{F}{2 \operatorname{tg}(\pi K_{\Pi}/2)} \right]. \quad (4.66)$$

В [54] показано, что в практически важном для конструкционных ферромагнитных материалов диапазоне изменения $0,4 \leq K_{\Pi} \leq 1$ формула (4.66) может быть с достаточной для практики точностью интерполирована зависимостью

$$M_{Hr} \approx \frac{4}{3} M_r (1 - K_{\Pi})^2. \quad (4.67)$$

Подставив (4.65) и (4.67) в (4.57), получим формулу для расчета релаксационной коэрцитивной силы H_{rc} ферромагнитного тела:

$$H_{rc} \approx H_c \left[1 + 0,54(1 - K_{\Pi})^2 \right] + \frac{4}{3} K_{\Pi} (1 - K_{\Pi})^2 N M_s. \quad (4.68)$$

По разработанной формуле (4.68) релаксационная коэрцитивная сила H_{rc} ферромагнитного тела может быть рассчитана только по размагничивающему фактору N , коэрцитивной силе H_c и коэффициенту прямоугловности $K_{\Pi} = M_r/M_s$ предельной петли гистерезиса его материала. Необходимые для расчета магнитные

параметры приведены в справочной литературе практически для всех известных сталей [72, 163, 172, 183, 184] и при необходимости могут быть измерены с высокой точностью по стандартным методикам [58, 85]. Центральные коэффициенты размагничивания N тел разной формы могут быть рассчитаны по формулам табл. 10.

Отметим, что для ферромагнитного материала (при $N = 0$) в практически важном диапазоне изменения $0,5 \leq K_{\Pi} \leq 0,8$ рассчитанная по (4.68) величина H_r превышает H_c материала на $2,6 \pm 16\%$, что соответствует экспериментальным количественным оценкам диапазона изменения H_r [72, 182].

Результат сопоставления рассчитанных по разработанной формуле (4.66) значений H_{rc} с экспериментом представлен на рис. 55. Использованы результаты [180, рис. 1, б] измерения H_{rc} цилиндров диаметром 5 мм и длиной 35 мм из стали 40X, отпущенных при разных температурах $T_{отп}$. Для расчета использованы справочные данные (табл. 26.2 в [163]) о характере изменения основных магнитных параметров предельной петли гистерезиса стали 40X с температурой $T_{отп}$ отпуска, представленные в табл. 13.

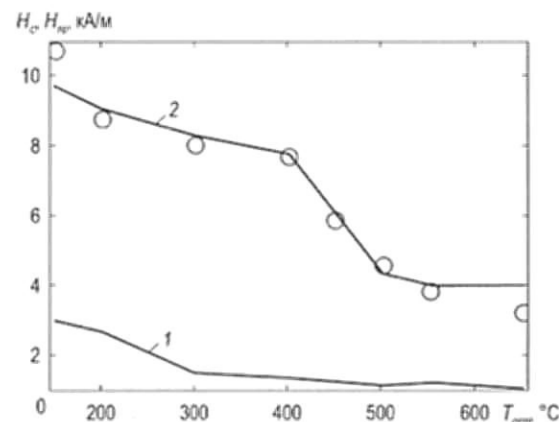


Рис. 55. Влияние температуры $T_{отп}$ отпуска цилиндров длиной 35 мм, диаметром 7 мм из стали 40X на их коэрцитивную силу H_c (1) и релаксационную коэрцитивную силу H_{rc} : 2 – расчет по (4.68); O – экспериментальные результаты по [180]

Таблица 13. Магнитные параметры сталей 40X и 30 (по [163]) после закалки от 860 °С и отпуска при разных температурах $T_{отп}$

Марка стали, $T_{отп}$, °С	Магнитные параметры, кА/м			Марка стали, $T_{отп}$, °С	Магнитные параметры, кА/м		
	H_c	M_s	M_r		H_c	M_s	M_r
40X, 150	2,96	1575	842	40X, 500	1,15	1643	1189
40X, 200	2,65	1585	878	40X, 550	1,2	1638	1217
40X, 300	1,49	1642	886	40X, 650	1,05	1607	1181
40X, 400	1,32	1650	918	Ст 30, 6/0	2,3	1589	865
40X, 450	1,22	1648	1053	Ст 30, 600	0,834	1632	1280

Расчет N цилиндров таких размеров из материала с высокой магнитной проницаемостью по формуле (2.4) позволил получить значение $N \approx 0,026$. Перед измерением H_{re} , согласно [180], образцы были намагничены в открытой магнитной цепи полем напряженностью 60 кА/м. Оценка результатов намагничивания в открытой магнитной цепи изделий с $N \approx 0,026$ по формулам [46] показала, что для магнитных параметров материалов, представленных в табл. 13, при намагничивании в поле 60 кА/м техническое насыщение по параметру H_c достигается с погрешностью не более 1,6%. Это позволяет использовать для расчета H_{re} образцов разработанную формулу (4.68) и справочные данные о магнитных параметрах стали 40X, отпущенной при разных $T_{отп}$.

Анализ представленных на рис. 55 результатов показывает, что результаты расчета H_{re} по (4.68) не только с достаточной для практики точностью количественно соответствуют экспериментальным значениям H_{re} , но и верно качественно отражают разный ход зависимостей $H_{re} = H_{re}(T_{отп})$ и $H_c = H_c(T_{отп})$ для изделий из стали 40X. Это обосновывает правомерность использования формулы (4.68) в технических расчетах H_{re} ферромагнитного тела. Отметим, что для экспериментальных образцов, использованных на рис. 55, расчет по формуле (4.56) приводит к результатам, завышенным в 2,2÷4,3 раза.

В качестве примера использования формулы (4.68) на рис. 56 представлены результаты расчета влияния отношения λ длины к диаметру цилиндрических сердечников из стали 30 закаленной и отпущенной после закалки на H_{re} сердечников. При расчете ис-

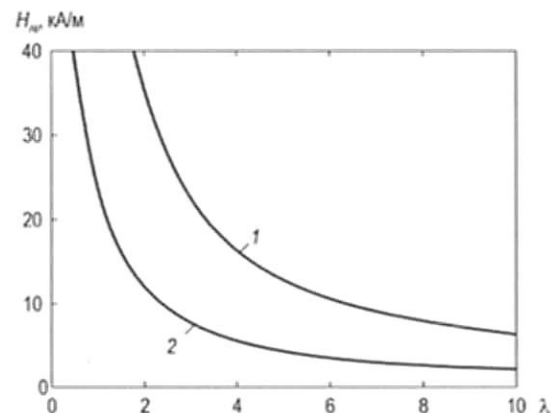


Рис. 56. Влияние отношения λ длины к диаметру цилиндрических сердечников из стали 30 закаленной (1) и отпущенной после закалки (2) на их релаксационную коэрцитивную силу H_{re} . Расчет по (4.68)

пользованы справочные данные (табл. 13) об основных магнитных параметрах стали 30 из [163]. Для расчета зависимости N цилиндров от λ использована формула (2.4). Без разработанной формулы (4.68) для получения представленных на рис. 56 зависимостей пришлось бы проводить многочисленные трудоемкие эксперименты.

Таким образом, для расчета релаксационной коэрцитивной силы ферромагнитного тела по его размагничивающему фактору, коэрцитивной силе, намагниченности насыщения и остаточной намагниченности материала можно использовать формулу (4.68).

4.2.3.3. Анализ структурной и фазовой чувствительности релаксационной коэрцитивной силы ферромагнитного тела [56]

Методы магнитного анализа металлов и сплавов принято разделять на структурный и фазовый анализ [186]. Основными магнитными параметрами сталей, чувствительными к их структуре (уровню напряжений, величине зерна, дефектов в кристаллической решетке и др.), являются коэрцитивная сила H_c и остаточная намагниченность M_r . Долгое время единственной, кроме температуры Кюри, фазочувствительной магнитной характерис-

тикой считалась намагниченность M_s технического насыщения. Но в последнее время в магнитном анализе как и структуро- и фазочувствительный параметр используют релаксационную коэрцитивную силу H_{re} стального изделия.

Использовать H_{re} (авторы называли ее «полем возврата») «для повышения производительности контроля качества изделий с высокотемпературным отпуском» впервые предложил М. Н. Михеев с сотрудниками [187, 180]. Результаты применения способа и исследований, проведенных многими авторами, показали, что измерение H_{re} является одним из наиболее эффективных инструментов достоверного контроля физико-механических свойств изделий из среднеуглеродистых легированных сталей [180, 188, 68, 72, 189]. Но в попытках объяснения физических причин возможности такого контроля превалировали качественные рассуждения. Возможность контроля по H_{re} изделий конкретных размеров, прошедших закалку и отпуск по заданным технологиям производства режимам, приходилось устанавливать экспериментально. Трудоемкость таких исследований наряду с относительно высокой погрешностью измерения H_{re} (по данным [181] она составляет $\pm 8\%$) сдерживали более широкое применение метода и анализ режимов термических обработок и размеров изделий, для которых контроль по H_{re} возможен. В [188], например, сделан вывод лишь о том, что размагничивающий фактор N изделия для такого контроля должен быть «достаточно большим».

Используем разработанную формулу (4.68) для определения условий, при которых H_{re} стальных изделий обладает высокой чувствительностью к изменениям их структуро- и фазочувствительных магнитных характеристик. Для проведения анализа, как и ранее, воспользуемся чувствительностью S_x^Y величины Y к параметру x , определяемую по формуле (2.16). В качестве Y используем величину H_{re} . В качестве параметра x используем H_c , M_s , M_r и N . Из (2.16) с учетом (4.68) получим:

$$S_{H_c}^{H_{re}} = \left\{ 1 + \frac{4}{3[0,54 + (1 - K_{II})^{-2}]} \xi \right\}^{-1}; \quad (4.69)$$

$$S_{M_r}^{H_{re}} = \frac{(1 - 3K_{II})4\xi/3 - 1,08K_{II}}{(1 - K_{II})[0,54 + (1 - K_{II})^{-2} + 4\xi/3]}; \quad (4.70)$$

$$S_{M_s}^{H_{re}} = \frac{2K_{II}[0,54 + 4\xi/3]}{(1 - K_{II})[0,54 + (1 - K_{II})^{-2} + 4\xi/3]}; \quad (4.71)$$

$$S_N^{H_{re}} = \{1 + 3[0,54 + (1 - K_{II})^{-2}]/(4\xi)\}^{-1}. \quad (4.72)$$

Напомним, что $\xi = M_r N / H_c$; $K_{II} = M_r / M_s$.

Отметим, что в практически возможном диапазоне изменения K_{II} сталей ($0,4 \leq K_{II} \leq 0,8$) [163] при любом $0 \leq \xi < \infty$ чувствительности $S_{H_c}^{H_{re}}$, $S_{M_s}^{H_{re}}$ и $S_N^{H_{re}}$ положительны, а $S_{M_r}^{H_{re}}$ отрицательна. Значит, увеличение параметров H_c , M_s и N приводит к увеличению H_{re} , а увеличение M_r – к уменьшению H_{re} . Отметим, что, как и при анализе чувствительности $S_x^{M_d}$ остаточной намагниченности M_d ферромагнитного тела к влияющим на нее параметрам (§ 4.1.2), при любых $0,4 \leq K_{II} \leq 0,8$ и $0 \leq \xi < \infty$ верны тождества:

$$S_{H_c}^{H_{re}} + S_{M_r}^{H_{re}} + S_{M_s}^{H_{re}} \equiv 1, \quad (4.73)$$

$$S_{H_c}^{H_{re}} + S_N^{H_{re}} \equiv 1. \quad (4.74)$$

Из (4.73) и (4.74) следует:

$$S_{M_r}^{H_{re}} + S_{M_s}^{H_{re}} \equiv S_N^{H_{re}}. \quad (4.75)$$

Для анализа представляют интерес значения чувствительностей $S_x^{H_{re}}$ в предельных случаях возможного диапазона изменения ξ . При $\xi = 0$ (т. е. при $N = 0$ – для чувствительностей $S_x^{H_{re}}$ материала) из (4.69)–(4.71) получим:

$$S_{H_c}^{H_r} = 1, \quad (4.76)$$

$$S_{M_s}^{H_r} = -S_{M_r}^{H_r} = 1,08K_{II}(1 - K_{II})/[1 + 0,54(1 - K_{II})^2]. \quad (4.77)$$

При $\xi \gg 1$ из (3.69)–(4.72) получим:

$$S_{H_c}^{H_{re}} \approx 0; \quad (4.78)$$

$$S_{M_r}^{H_{re}} \approx (1 - 3K_{II}) / (1 - K_{II}); \quad (4.79)$$

$$S_{M_s}^{H_{re}} \approx 2K_{II} / (1 - K_{II}); \quad (4.80)$$

$$S_N^{H_{re}} \approx 1. \quad (4.81)$$

При этом тождества (4.73) и (4.75) преобразуются в равенство

$$S_{M_r}^{H_{re}} + S_{M_s}^{H_{re}} \approx 1. \quad (4.82)$$

Результаты расчета чувствительностей $S_x^{H_{re}}(\xi)$ (при $x = H_c, M_s, M_r$ и N) по (4.69)–(4.72) для изделий из разных материалов и размеров представлены на рис. 57 и 58.

На рис. 57 представлены зависимости $S_x^{H_{re}}(\xi)$ для материалов с $K_{II} = 0,4; 0,6$ и $0,8$ в диапазоне $0 \leq \xi \leq 100$. На рис. 58 представлены зависимости $S_x^{H_{re}}(K_{II})$ для изделий с $\xi = 1; 10$ и 100 в диапазоне изменения $0,4 \leq K_{II} \leq 0,8$.

Проанализированный на рис. 57 и 58 диапазон изменения параметров K_{II} и ξ охватывает весь практически возможный диапазон изменения магнитных свойств и размеров изделий в магнитной структуроскопии. Представленные результаты показывают, что с увеличением параметра ξ изделия чувствительность его H_{re} к параметру H_c резко (тем резче, чем меньше K_{II} материала) уменьшается от 1 до значений, близких к 0. Так, уже при $\xi = 20$, чувствительность $S_{H_c}^{H_{re}}$ находится в пределах от 0,5 до 0,1. Одновременно, в соответствии с тождеством (4.74), резко повышается чувствительность H_{re} к размагничивающему фактору N (изменению размеров) изделий. Это делает возможным использование параметра H_{re} в качестве структуро- и фазочувствительного только для изделий стабильных размеров. Этой важной методической особенностью контроля свойств изделий по их H_{re} по сравнению с контролем по H_c разработчиками метода не уделено должного внимания. В [68] авторы обращают внимание только на «возрастание» H_{re} при увеличении N и «изменение характера зависимости $H_{re}(T_{опп})$ ». Таким образом, если зависимость $H_c(T_{опп})$ стали имеет монотонный и однозначный характер, использовать результат измерения H_{re} изделий из этой стали для ее магнитной

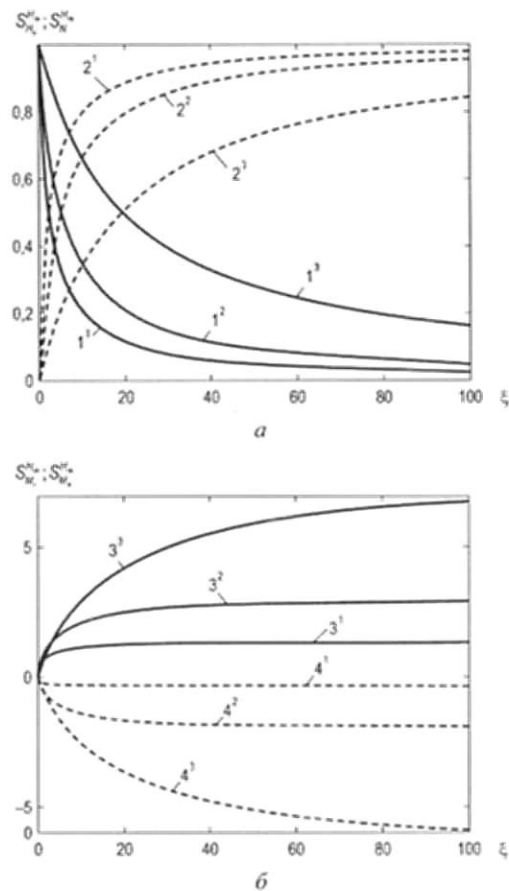


Рис. 57. Результаты расчета по (4.69)–(4.72) зависимости чувствительностей $S_{H_c}^{H_{re}}$ ($1^1, 2^1, 3^1$), $S_{M_s}^{H_{re}}$ ($2^2, 2^2, 2^2$) (а) и $S_{M_r}^{H_{re}}$ ($3^3, 3^2, 3^1$), $S_N^{H_{re}}$ ($4^1, 4^2, 4^3$) (б) от параметра $\xi = M_r N / H_c$ изделий из материалов с $K_{II} = 0,4$ ($1^1, 2^1, 3^1, 4^1$); $0,6$ ($1^2, 2^2, 3^2, 4^2$) и $0,8$ ($1^3, 2^3, 3^3, 4^3$)

структуроскопии не имеет смысла, так как H_c изделия, равная H_c его материала (см. рис. 54), может быть измерена проще, с меньшей погрешностью [58, 85, 181] и независимо от изменений размеров изделий.

Представленные на рис. 57, б и 58, б результаты и анализ формул (4.70) и (4.77) показывают, что с увеличением параметра ξ

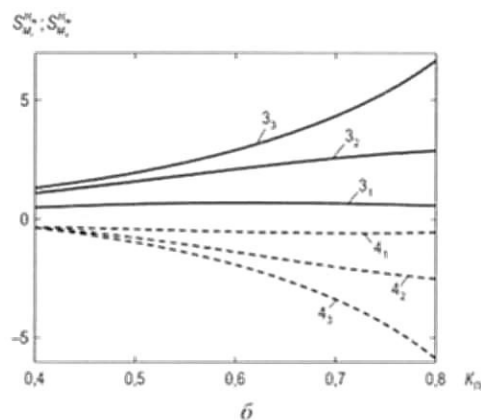
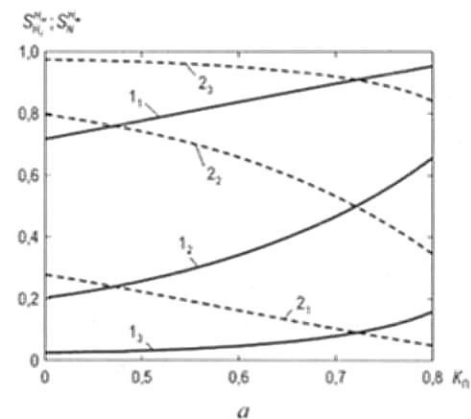


Рис. 58. Результаты расчета по (4.67)–(4.70) зависимости чувствительностей $S_{H_c}^{H_{re}}$ ($1_1, 1_2, 1_3$), $S_{M_r}^{H_{re}}$ ($2_1, 2_2, 2_3$) (а) и $S_{H_c}^{H_{re}}$ ($3_1, 3_2, 3_3$), $S_{M_r}^{H_{re}}$ ($4_1, 4_2, 4_3$) (б) от параметра $K_{II} = M_r/M_s$ материала изделий с $\xi = 1$ ($1_1, 2_1, 3_1, 4_1$); 10 ($1_2, 2_2, 3_2, 4_2$) и 100 ($1_3, 2_3, 3_3, 4_3$)

изделий из материалов с $0,6 \leq K_{II} \leq 0,8$ чувствительность его H_{re} к параметру M_r резко (тем резче, чем больше K_{II} материала) возрастает (по модулю) от значений 0,2–0,28 (для материала – при $\xi = 0$) до значений, превышающих 1 и определяемых формулой (4.79). Значение $|S_{M_r}^{H_{re}}| = 1$ для изделий из материалов с $0,6 \leq K_{II} \leq 0,8$ превышено при $\xi > 3$, значение $|S_{M_r}^{H_{re}}| = 2$ – при $\xi > 20$. Для изделий с $\xi > 40$ при $K_{II} = 0,8$ релаксационная коэрцитивная сила H_{re}

изделия в 5 раз (а при $\xi \rightarrow \infty$ – в 7 раз) более чувствительна к структурным превращениям материала, вызвавшим изменения его M_r , чем сам параметр M_r . Этим наряду с происходящим одновременно снижением чувствительности H_{re} к параметру H_c объясняется разный ход зависимости H_{re} изделий разных размеров от технологических факторов. Предпосылкой возможности магнитной структуроскопии изделий по их H_{re} служит монотонное изменение остаточной намагниченности M_r материала изделий под влиянием технологических факторов при немонотонном изменении или постоянстве H_c и M_s материала. При этом K_{II} материала в области немонотонного изменения H_c должен превышать значение 0,6.

Так, например, для стали 40X, проанализированной на рис. 55, в интервале $350^\circ\text{C} \leq T_{отн} \leq 550^\circ\text{C}$ H_c меняется неоднозначно, а M_s практически постоянна. При этом M_r монотонно увеличивается почти в 1,5 раза, а при $T_{отн} = 450^\circ\text{C}$ $K_{II} = 0,64$ [163]. Это и является причиной появления однозначной зависимости $H_{re}(T_{отн})$ для тех изделий, у которых параметр ξ больше «определенной величины».

Для количественной оценки величины параметра ξ , для которого такой контроль возможен, воспользуемся результатами измерения зависимостей $H_{re}(T_{отн})$ образцов разных размеров из стали 60С2А, представленных в [68, рис. 3.10] и в [72, рис. 13.10] (указанные рисунки и сопровождающие их тексты в [68] и [72] идентичны). Авторами [68] установлено, что для образца с $N \approx 0,003$ зависимость $H_{re}(T_{отн})$, как и зависимость $H_c(T_{отн})$, носит неоднозначный характер. Для образца с $N \approx 0,009$ зависимость $H_{re}(T_{отн})$ становится однозначной. В области неоднозначного изменения H_c стали 60С2А (для $T_{отн} = 600^\circ\text{C}$) ее величину можно оценить в $H_c \approx 1$ кА/м [68, рис. 3.10], величину M_s – в 1550 кА/м [68, рис. 2.28, б], а величину $M_r \approx 0,6 M_s = 930$ кА/м. Тогда для образца из стали 60С2А с $N \approx 0,009$ параметр $\xi \approx 8$. Это значение ξ является пороговым для использования H_{re} изделия как параметра с повышенной чувствительностью к параметру M_r в случае, когда H_c материала при изменении его структуры не изменяется или меняется неоднозначно.

Представленные на рис. 57, б и 58, б результаты и анализ формул (4.71) и (4.77) показывают, что с увеличением параметра ξ чувствительность его H_{rc} к параметру M_s резко (тем резче, чем больше K_{II} материала) возрастает от значений 0,2–0,28 (для материала – при $\xi = 0$) до значений, превышающих 1 (для материалов с $0,6 \leq K_{II} \leq 0,8$) и определяемых соотношением (4.80). Количественные оценки, данные выше при анализе $|S_{M_s}^{H_{rc}}|$, соответствуют, с учетом (4.73), (4.75) и (4.82), результатам анализа чувствительности $S_{M_s}^{H_{rc}}$. Отметим лишь, что для изделий с $\xi > 40$ при $K_{II} = 0,8$ H_{rc} изделия в 6 раз (а при $\xi \rightarrow \infty$ – в 8 раз) более чувствительна к фазовым превращениям в материале, вызывающим изменения его M_s , чем сам параметр M_s . Именно этим объясняется высокая фазовая чувствительность H_{rc} изделий. Условия возникновения этого эффекта соответствуют установленным выше условиям возникновения повышенной чувствительности H_{rc} изделий к их структурочувствительному параметру M_s . Предпосылкой возможности применения метода магнитного фазового анализа материала изделий по их H_{rc} может служить монотонное изменение M_s материала изделий под влиянием технологических факторов при постоянстве или противоположно направленном изменении M_s .

Проведенный анализ позволил сделать важные для магнитного структурного анализа выводы и рекомендации:

1. Если зависимость коэрцитивной силы H_c стали от технологического фактора имеет монотонный и однозначный характер, использовать результат измерения релаксационной коэрцитивной силы H_{rc} изделий из этой стали для ее магнитной структуроскопии нет смысла, так как H_c изделия, равная H_c его материала, может быть измерена проще, с меньшей погрешностью и независимо от изменения размеров изделий.

2. Условиями эффективного использования H_{rc} изделий в магнитной структуроскопии является монотонное изменение остаточной намагниченности M_r материала изделий под влиянием технологических факторов при немонотонном изменении или постоянстве H_c и намагниченности M_s технического насыщения материала. При этом коэффициент прямоугольности $K_{II} = M_r/M_s$

петли гистерезиса материала должен превышать значение 0,6, а параметр $\xi = M_s N/H_c$ изделия – значение 8. Тогда H_{rc} изделия может быть в 2–7 раз более чувствительна к структурным превращениям материала, вызывающим изменения его M_s , чем сам параметр M_s .

3. Условиями эффективного использования H_{rc} изделий в качестве фазочувствительного параметра является монотонное изменение M_s материала изделий под влиянием технологических факторов при постоянстве или противоположно направленном изменении M_s . При этом K_{II} материала должен превышать значение 0,6, а параметр ξ изделия – значение 8. Тогда H_{rc} изделия может быть в 3–8 раз более чувствительна к фазовым превращениям в материале, вызывающим изменения его M_s , чем сам параметр M_s .

4. С использованием формулы (4.68) и формул из табл. 10 для расчета центрального коэффициента N размагничивания тел разной формы зависимости H_{rc} изделий от технологических факторов могут быть рассчитаны по справочным результатам измерения основных магнитных параметров (H_c , M_s и M_r) материала изделий.

4.2.4. Расчет максимальной магнитной проницаемости ферромагнитного тела по его размагничивающему фактору и параметрам предельной петли гистерезиса [57]

Максимальная магнитная проницаемость μ_m – максимальное значение магнитной проницаемости μ как функции напряженности H магнитного поля на основной кривой намагничивания по индукции (табл. 1) [83] – важный магнитный параметр ферромагнитных материалов. Измерение μ_m магнитомягких материалов (с коэрцитивной силой $H_c \leq 4$ кА/м [85]) по стандартной методике осуществляют на образцах тороидальной формы или в замкнутой магнитной цепи пермеаметра [85, 58, 190, 191]. Измеряют не менее десяти значений магнитной индукции B на основной кривой намагничивания (через примерно равные интервалы напряженности поля H_i) в диапазоне изменения H_i от значения,

близкого к $0,5H_c$ материала образца, до значения H_p , примерно равного $2H_c$. По результатам каждого измерения подсчитывают μ , строят график зависимости $\mu = \mu(H_p)$ и получают μ_m . Относительная погрешность δ определения μ_m при соблюдении требований к классу точности электронизмерительной аппаратуры и точности измерения размеров образцов составляет $\pm 5\%$ [58]. Между тем H_c , остаточная намагниченность M_r и намагниченность M_s технического насыщения ферромагнитных материалов по стандартным методикам могут быть измерены гораздо проще и с $\delta \leq \pm 3\%$, а отношение M_r/M_s с $\delta \approx \pm 1\%$ [58]. Из-за сложности и невысокой точности измерения сведения о μ_m ферромагнитных материалов приводятся в справочной литературе реже, чем о H_c , M_s и M_r .

Причина этого и в том, что современная магнитоизмерительная аппаратура (например, комплексы [192], «REMAGRAPH C-500» и «REMAGRAPH C-300» [193], установка УИМХ [120]) обеспечивают построение основной кривой намагничивания не в соответствии с [83] – как «геометрического места вершин симметричных петель магнитного гистерезиса, которые получаются при последовательно возрастающих максимальных значениях напряженности намагничивающего поля», а как зависимости $B(H)$, построенной в режиме $dB/dt = \text{const}$ [193] или $dH/dt = \text{const}$ [192, 120]. Результаты измерения μ_m при таком намагничивании не соответствуют результатам измерения μ_m по стандартной методике.

Максимальная магнитная проницаемость тела μ_{mb} (body) используется в магнитном структурном анализе и является важным электротехническим параметром для сердечников разной формы из ферромагнитных материалов. При известном значении μ_m материала для расчета μ_{mb} можно воспользоваться соотношением (1.41) между μ и магнитной проницаемостью тела μ_b [22].

Центральный коэффициент размагничивания N тел простой формы из материалов с $\mu \gg 1$ может быть с достаточной точностью рассчитан по формулам табл. 10. Но на практике часты случаи, когда не только μ_m материала, но и сам материал не известны. Проводить измерение μ_m материала по стандартным методикам (в замкнутой магнитной цепи пермеметра) не всегда воз-

можно, особенно для тонких протяженных тел. Измерения μ_{mb} тела в открытой магнитной цепи трудоемки и не точно. Так, магнитоизмерительный комплекс [192] метрологически не аттестован. Проведена лишь «оценка погрешности измерения комплекса», показавшая, что полученные с его помощью результаты «согласуются с результатами измерения на баллистической установке с погрешностью, не превосходящей 3%» [192]. Установка [120] аттестована в диапазонах изменения поля ± 40 кА/м и индукции $\pm 2,5$ Тл с основной приведенной погрешностью измерения 2% [120]. Следовательно, в соответствии с [194] пределы допускаемой абсолютной основной погрешности измерения установки [120] составляют: по полю – 800 А/м, по индукции – 50 мТл во всем диапазоне измерения. Это делает относительную погрешность измерения μ_m и μ_{mb} установкой [120] чрезмерно высокой. Между тем магнитные параметры предельной петли гистерезиса тела (H_c , M_s и остаточная намагниченность тела M_d) в разомкнутой магнитной цепи могут быть измерены просто и точно.

Разработаем формулу для расчета максимальной магнитной проницаемости μ_{mb} ферромагнитного тела по его размагничивающему фактору N и параметрам предельной петли гистерезиса – H_c , M_s и M_d . Воспользуемся эмпирической формулой, связывающей μ_m сталей с их H_c и остаточной индукцией B_r предельной петли гистерезиса [124]. В системе СИ она может быть записана в виде:

$$\mu_m \approx k_\mu B_r / \mu_0 H_c, \quad (4.83)$$

где

$$k_\mu = 0,476 + 0,0000712\beta H_c; \quad (4.84)$$

$\beta = 1$ м/А; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

По [124] точность формулы (4.83) для сталей с $H_c \leq 6$ кА/м колеблется между 2 и 6%. В [195] анализом взаимосвязи магнитных параметров 855 сталей с коэрцитивной силой $0,5$ кА/м $< H_c < 8$ кА/м, прошедших закалку и отпуск по разным режимам, формула (4.83) для расчета μ_m сталей по H_c и M_r скорректирована:

$$\mu_m \approx \left[0,5 + 0,00006\beta H_c - (0,000068\beta H_c)^2 \right] \frac{M_r}{H_c}. \quad (4.85)$$

Статистическим анализом результатов измерения и расчета μ_m исследованных сталей показано, что средняя относительная погрешность $\bar{\delta}$ расчета μ_m сталей по формуле (4.85) в 1,58 раза меньше $\bar{\delta}$ расчета μ_m по формуле (4.83) и меньше суммы погрешностей измерения входящих в эти формулы параметров по стандартным методикам.

Для определения связи между M_r и M_d сердечника воспользуемся формулой (4.20) для расчета M_r по H_c , M_s и M_d .

Обозначив

$$\gamma = M_d/M_s \text{ и } \xi_1 = M_d/H_c, \quad (4.86)$$

с учетом (1.41), (4.83)–(4.86) и (4.20), получим формулу для расчета μ_{mt} тела:

$$\mu_{mt} = \frac{k\xi_1/[1 - N\xi_1(1 - \gamma)]}{1 + N\{k\xi_1/[1 - N\xi_1(1 - \gamma)] - 1\}}. \quad (4.87)$$

Упрощение и физическое обоснование разработанной формулы

Для тел из материала с высокой магнитной проницаемостью кроме условия $\mu_m \gg 1$ выполняется также и условие «малости» H_c , при котором в (4.84) считают [124, 195] $k_\mu \approx 0,5$. С учетом этого из (1.41) и (4.87) получим:

$$\mu_{mt} \approx 0,5\xi_1/[1 - N\xi_1(0,5 - \gamma)]. \quad (4.88)$$

Отметим, что для сердечников с «большим» N (согласно [23] – при выполнении условия $NM_r \gg H_c$) выполняется соотношение (4.6):

$$M_d \approx H_c/N \ll M_s. \quad (4.89)$$

Из (4.86) с учетом (4.89) получим:

$$\xi_1 \approx 1/N; \gamma \ll 1. \quad (4.90)$$

Для таких сердечников из (4.88) с учетом (4.90) получим:

$$\mu_{mt} \approx 1/N, \quad (4.91)$$

что соответствует физическим представлениям о μ_{mt} тела с большим N [22].

Для тел с «малым» N (при $N \rightarrow 0$) из (4.88) получим:

$$\mu_{mt} \approx 0,5M_r/H_c = \mu_m, \quad (4.92)$$

что также, в пределах сделанного допущения $k_\mu \approx 0,5$, соответствует представлениям [124, 195] о соотношении между M_r , H_c и μ_m ферромагнитных материалов и результатам измерения этих параметров у сталей [163].

Для аналитического обоснования разработанной формулы (4.88) проанализируем, насколько допущения $\mu_m \gg 1$ и $k_\mu \approx 0,5$ создают погрешность δ между результатами расчета μ_{mt} по (4.88) и (4.87). Величину δ рассчитаем по формуле:

$$\delta = (\mu_{mt}^{88} - \mu_{mt}^{87})/\mu_{mt}^{87}, \quad (4.93)$$

где μ_{mt}^{88} и μ_{mt}^{87} – результаты расчета μ_{mt} соответственно по формулам (4.88) и (4.87).

Для расчета параметров γ и ξ_1 для изделий разных размеров и материалов воспользуемся формулой (4.4). Из (4.86) и (4.4) получим:

$$\gamma = 0,5(1 + v) \left[1 - \sqrt{1 - 4K_{II}v/(1 + v)^2} \right], \quad (4.94)$$

$$\xi_1 = \frac{0,5(1 + 1/v)}{NK_{II}} \left[1 - \sqrt{1 - 4K_{II}v/(1 + v)^2} \right], \quad (4.95)$$

где

$$v = H_c/NK_{II}M_s. \quad (4.96)$$

На рис. 59 приведены зависимости $\delta(H_c)$ для тел из материалов с $M_s = 1600$ кА/м (близкой к намагниченности технического насыщения материалов, используемых для изготовления электротехнических сердечников) и разными N и K_{II} . Изменения N , K_{II} и H_c на рис. 59 охватывают практически возможный диапазон их изменения у сердечников.

Анализ зависимостей рис. 59 показывает, что результаты расчета μ_{mb} по (4.87) и (4.88) совпадают тем лучше, чем меньше H_c и чем больше N тела. Для $H_c \leq 1$ кА/м $|\delta| \leq 5\%$. Для расчета μ_{mb} ферромагнитных тел с малым N из материалов с большей H_c целесообразно пользоваться формулой (4.87).

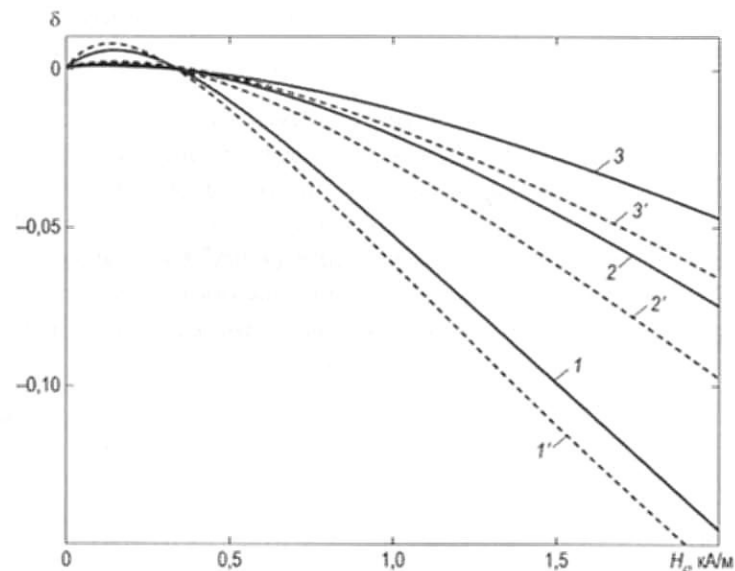


Рис. 59. Зависимость относительного отклонения δ результатов расчета максимальной магнитной проницаемости μ_{mb} тела по формулам (4.88) и (4.87) от коэрцитивной силы H_c тел с $N = 0,001$ (1, 1'); 0,005 (2, 2') и 0,01 (3, 3') из материалов с $K_{II} = 0,8$ (1, 2, 3) и 0,5 (1', 2', 3'). Расчет по (4.93)

Для экспериментального обоснования разработанной формулы (4.88) используем результаты [196, 197] измерения μ_{mb} пластин размером $200 \times 20 \times 1$ мм из стали 08Ю, отожженных при разных температурах $T_{отж}$. Для расчета по (4.88) воспользуемся результатами измерения в [196, 197] B_d , H_c и M_s тех же пластин. Измерения в [196, 197] проведены стандартным методом [85, 58] в разомкнутой магнитной цепи соленоида баллистической установки БУ-3. Значения B_d , H_c и M_s пластин, использованные для расчета, получены позиционированием экспериментальных точек, представленных на рис. 1, б из [196] и [197] (представленные на них данные идентичны).

Расчет N пластин проведен по формуле из табл. 10. Результат расчета $N \approx 0,00172$ практически совпадает с результатом измерения N пластин в [198]. Влияние неоднородного намагничивания пластины при измерениях не существенно в этом случае,

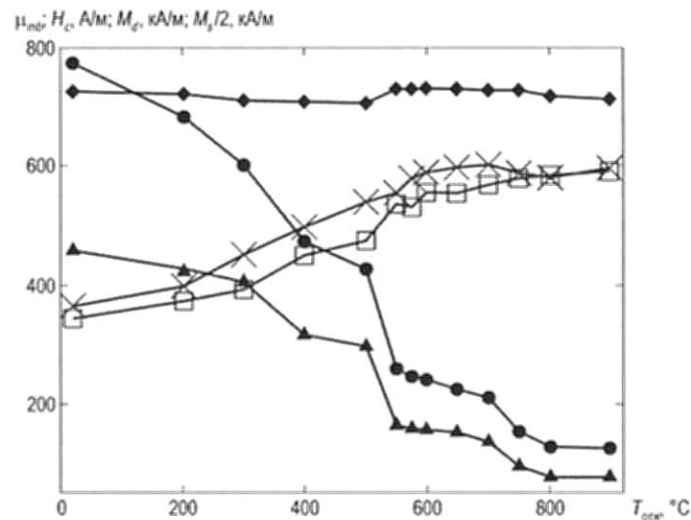


Рис. 60. Зависимость результатов измерения в [196, 197] магнитных параметров ($\bullet - H_c$; $\blacktriangle - M_s$; $\blacklozenge - M_s/2$; $\square - \mu_{mb}$) стали 08Ю от температуры $T_{отж}$ отжига и результаты (\times) расчета зависимости $\mu_{mb}(T_{отж})$ этой стали по формуле (4.88)

так как измерения магнитных свойств проведены [196, 197] в центральном сечении пластин.

Сопоставление результатов расчета и измерения μ_{mb} пластин, представленное на рис. 60, показало, что расхождение между ними находится в пределах погрешностей измерения магнитных параметров стандартным методом в [196, 197].

Аналогичные результаты получены для пластин того же размера из сталей 3кп, 08кп и 10кп, магнитные параметры которых измерены в [199] и [196, 197]. Полученный результат обосновывает правомерность использования разработанной формулы (4.88) для расчета μ_{mb} сердечников из сталей и других ферромагнитных материалов по их геометрическим размерам и результатам измерения основных магнитных параметров предельной петли гистерезиса тела в открытой магнитной цепи. С использованием формулы (4.88), например, авторы [196–199] и других исследований магнитных свойств сталей, проведенных на образцах конечных размеров в открытой магнитной цепи, могли бы избежать

трудоемкого и неточного измерения μ_{mb} образцов. Те же зависимости $\mu_{mb}(T_{отж})$ могли быть получены расчетом по (4.88) с использованием результатов многократно менее трудоемкого и более точного измерения H_c , M_s , M_d или V_d образцов.

В качестве другого примера использования формулы (4.88) на рис. 61 представлены результаты расчета влияния отношения $\lambda > 1$ длины к диаметру цилиндрических сердечников из стали 30, прошедших разную термическую обработку, на их μ_{mb} . При расчете на основании данных табл. 1.1 из [163] использованы следующие значения магнитных параметров (в кА/м): для закаленной стали 30 без отпуска H_c , M_r и M_s соответственно 2,3; 865 и 1589 (см. табл. 13), а для закаленной стали 30 после отпуска при 500 °С – 0,876; 1265 и 1648. При расчете μ_{mb} использованы формулы (4.88), (4.94)–(4.96). Центральные коэффициенты N размагничивания цилиндров рассчитаны по формуле (2.4).

Анализ представленных на рис. 61 результатов расчета показывает, например, что для сердечников с $\lambda \leq 5$ не имеет значения, из какого материала изготовлен сердечник – величины их μ_{mb} практически совпадают. А для сердечников с $\lambda = 20 \mu_{mb}$ сер-

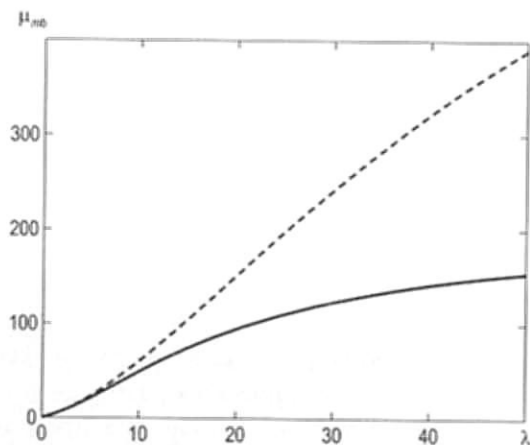


Рис. 61. Зависимость μ_{mb} цилиндрических сердечников из стали 30, прошедших разную термическую обработку (линия – закалку; пунктир – закалку и отпуск), от отношения λ длины к диаметру сердечников. Расчет по (4.88), (4.94)–(4.96)

дечника из закаленной стали 30 в 1,6 раза меньше, чем у сердечника из той же стали после закалки и отпуска. Для сердечников с $\lambda = 40 \mu_{mb}$ сердечника из закаленной стали 30 в 2,3 раза меньше, чем у сердечника из той же стали после закалки и отпуска. Эти результаты позволяют обоснованно выбрать материал сердечника для его конкретного использования.

Таким образом, разработанная формула (4.88) может быть рекомендована для расчета максимальной магнитной проницаемости μ_{mb} тел из ферромагнитных материалов по их размагничивающему фактору N и параметрам предельной петли гистерезиса – H_c , M_s и остаточной намагниченности тела M_r . Результаты расчета могут быть использованы взамен трудоемкого и менее точного измерения μ_{mb} .

4.3. Анализ внутреннего размагничивающего фактора чугунов [40, 41]

Раздел посвящен количественной оценке изменений соотношений между магнитными параметрами чугунов, обусловленных влиянием графитовых включений, по сравнению с этими соотношениями для сталей [40, 41]. Анализ возможности сортировки чугунов с разной структурой друг от друга и от сталей по результатам измерений их магнитных параметров.

4.3.1. Оценка внутреннего коэффициента размагничивания серого и высокопрочного чугунов по результатам измерения их остаточной намагниченности

Магнитные свойства чугуна зависят от его структуры [200]. Это позволяет использовать результаты их измерения для контроля структуры и прочностных свойств чугунных изделий [201, 160, 158, 202], определяет важность исследований намагничивания чугуна.

Намагничивание чугуна в замкнутой магнитной цепи отличается от намагничивания стали. Немагнитные включения графита разделяют металлическую основу чугуна, создавая внутреннее размагничивающее поле [203]. При наличии размагничивающего

поля истинное (внутреннее) намагничивающее поле H_i определяют по формуле (В.10) [203, 204, 22]. Для чугунов и пористых материалов, намагничиваемых в замкнутой магнитной цепи, в (В.10) H_e – напряженность рассчитанного магнитного поля; N – внутренний коэффициент N_i размагничивания; M – намагниченность, усредненная по объему, сильно превышающему объему пор и включений [205]:

$$H_i = H_e - N_i M, \quad (4.97)$$

Внутренний коэффициент N_i размагничивания отражает неоднородности структуры вещества. Для чугуна он не поддается точным расчетам [206]. Его определяют по углу между касательной к началу безгистерезисной кривой намагничивания и осью абсцисс [206–208, 90]. В [203] металлическая основа литого серого чугуна рассмотрена как «сталь с известным количеством углерода», кривая намагничивания которой известна. В этом предположении N_i серых чугунов определен экспериментально по разности в кривых намагничивания чугуна и его металлической основы. В поле 36 кА/м N_i составил (в системе СИ) 0,015–0,024 [203].

В [205, 209–215] проведены модельные расчеты и эксперименты для ферромагнетика с порами разной формы и ориентации. Установлены закономерности изменения N_i пористых материалов от магнитной проницаемости μ материала металлической основы. Доказана обратная пропорциональная зависимость N_i материалов с «малой» пористостью p от μ . Для материала с порами в форме эллипсоидов с размагничивающим фактором N_3 получено [210]:

$$N_i \approx p N_3 / \mu, \quad (4.98)$$

Применение (4.98) для расчета N_i чугунов, для которых объем графитовых включений можно считать относительно «малым» и постоянным, сдерживается неопределенностью распределения форм и ориентаций включений. Метод [203] ([216]) измерения N_i путем сравнения кривых намагничивания литого чугуна (пористого материала) и его металлической основы не применим для определения N_i термически обработанных чугунов. Это связано

с тем, что магнитные свойства металлической основы чугунов изменяются в зависимости от режимов термических обработок, а графитовые включения не могут быть введены в чугун после измерений. Поэтому отсутствуют данные о N_i чугунов на участках кривой намагничивания и петли гистерезиса, отличных от начального или близкого к насыщению.

В структуроскопии чугунных изделий распространены методы, основанные на измерении их остаточной намагниченности [201, 160, 158, 202]. Коэффициент размагничивания N_s , обусловленный формой изделия, и внутренний коэффициент N_i размагничивания материала изделий влияют на намагничивание изделий аддитивно (1.5) [216]. Поэтому наибольший интерес для практики представляет определение N_i чугунов на нисходящей ветви предельной петли магнитного гистерезиса в области остаточной намагниченности.

Теоретический анализ основан на том, что площадь графитовых включений в сечении чугунов не меняется при магнитном воздействии. Поэтому включения, без учета их размагничивающего действия, в равной степени снижают намагниченность чугунов на всех участках предельной петли гистерезиса. А изменение отношения остаточной намагниченности и намагниченности насыщения чугунов по сравнению с этим отношением у их металлической основы обусловлено размагничивающим действием графитовых включений в чугуне.

Рассмотрим чугун как однородно намагничиваемое тело из материала с коэрцитивной силой H_c , намагниченностью M_s технического насыщения, остаточной намагниченностью M_d и коэффициентом размагничивания N_i . В соответствии с физическими представлениями [22] о намагничивании ферромагнитного тела его материал имеет коэрцитивную силу H_c , намагниченность технического насыщения M_s и остаточную намагниченность M_r (рис. 1). Изменение намагниченности M этого материала в поле H_i на нисходящей ветви предельной петли гистерезиса опишем аппроксимацией (4.2).

Применение аппроксимации (4.2) для описания изменения намагниченности ферромагнитных материалов на нисходящей

ветви предельной петли магнитного гистерезиса, а также достоверность формул, получаемых на ее основе, обоснованы выше.

Решая совместно (4.2) и (4.97), получим при $H_c = 0$ формулу для расчета N_i :

$$N_i = [H_c(1 - M_d/M_r)] / [M_d(1 - M_d/M_s)]. \quad (4.99)$$

Обозначив $m_d = M_d/M_s$, $K_{II} = M_r/M_s$ получим из (4.99):

$$N_i = \gamma H_c / M_s, \quad (4.100)$$

где

$$\gamma = (1 - m_d/K_{II}) / [m_d(1 - m_d)]. \quad (4.101)$$

В соответствии с (4.100) значения N_i чугунов на нисходящей ветви предельной петли магнитного гистерезиса в области остаточной намагниченности обратно пропорциональны M_s чугунов и прямо пропорциональны их H_c и параметру γ , определяемому соотношением (4.101).

Для определения m_d чугунов, необходимого для расчета параметра γ по (4.101), используем результаты [217] измерения M_d и M_s чугунов с пластинчатой и сферической формой включений, прошедших разную термическую обработку. Микроструктуры исследованных чугунов в соответствии с [217, рис. 2], приведены на рис. 62.

Результаты измерения в [217, табл. 4, 5] магнитных параметров чугунов, переведенные в систему СИ, приведены в табл. 14 и 15.

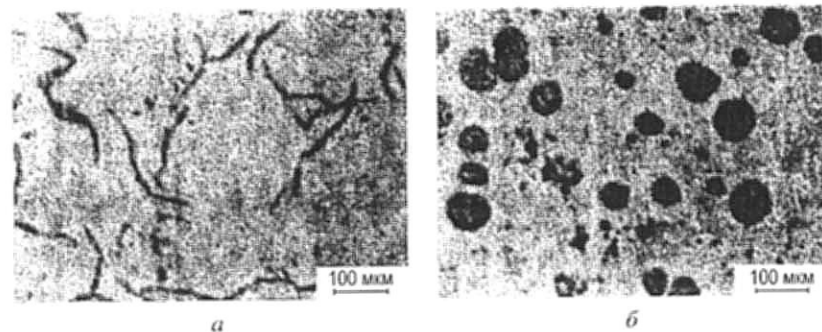


Рис. 62. Микроструктура ($\times 100$) исследованных серого (а) и высокопрочного (б) чугунов по [217]

Таблица 14. Результаты [217] измерения магнитных параметров и оценки по (4.100) при $\gamma = 1,364$ внутреннего размагничивающего фактора N_i серого чугуна (СЧ) с микроструктурой по рис. 62, а, прошедшего разную термическую обработку

№ образца по табл. 4 в [217]	Эксперимент по [217]					Оценка N_i
	H_c , А/м	M_r , кА/м	M_s , кА/м	1000 (H_c/M_s)	$\mu_{\text{ост}}$	
M1	1187	490	1515	0,783	244	0,001068
M2	1195	463	1499	0,797	231	0,001087
M3	1203	472	1490	0,807	229	0,001101
M31	1316	530	1540	0,855	262	0,001166
M32	1280	506	1532	0,836	247	0,00114
M33	1255	496	1522	0,825	260	0,001125
M10	1456	522	1530	0,952	215	0,001299
M11	1566	545	1519	1,031	210	0,001406
M12	1474	505	1514	0,974	210	0,001329
M4	4885	518	1233	3,962	75	0,005404
M5	5778	491	1212	4,767	75	0,006502
M6	5602	500	1225	4,573	77	0,006238
M7	4453	434	1135	3,923	71	0,005351
M8	4381	430	1134	3,863	68	0,005269
M9	4084	368	1079	3,785	68	0,005163
M34	945	617	1542	0,613	374	0,000836
M35	1117	560	1533	0,729	309	0,000994
M36	1148	570	1508	0,761	319	0,001038
M13	2973	644	1444	2,059	152	0,002808
M14	2676	663	1524	1,756	169	0,002395
M15	2613	651	1438	1,817	154	0,002478
M16	2087	739	1565	1,334	227	0,00182
M17	2351	731	1566	1,501	233	0,002047
M18	2163	750	1550	1,395	233	0,001903
M19	2658	796	1525	1,743	197	0,002377
M20	2693	834	1519	1,773	187	0,002418
M21	2729	805	1539	1,773	183	0,002418
M22	5118	435	1100	4,653	61	0,006347
M23	5606	435	1069	5,244	55	0,007153
M24	5537	438	1077	5,141	58	0,007012
M25	4416	278	877	5,035	47	0,006868
M26	3985	268	877	4,544	48	0,006198
M27	3988	268	877	4,547	47	0,006202
M28	2676	634	1516	1,765	161	0,002407
M29	2736	631	1532	1,786	159	0,002436
M30	2600	605	1482	1,754	148	0,002392

Таблица 15. Результаты [217] измерения магнитных параметров и оценки по (4.100) при $\gamma = 0,983$ внутреннего размагничивающего фактора N_i высокопрочного чугуна (ВЧ) с микроструктурой по рис. 62, б, прошедшего разную термическую обработку

№ образца по табл. 5 в [217]	Эксперимент по [217]					Оценка N_i
	H_c , А/м	M_s , кА/м	M_d , кА/м	1000 (H_c/M_s)	$\mu_{\text{на}}$	
S1	1217	622	1520	0,801	294	0,000787
S2	1235	622	1510	0,818	288	0,000804
S3	1170	614	1520	0,77	300	0,000757
S7	1246	622	1510	0,825	282	0,000811
S8	1256	614	1500	0,837	282	0,000823
S9	1203	617	1510	0,797	295	0,000783
S13	1518	686	1512	1,004	279	0,000987
S14	1576	702	1529	1,031	274	0,001013
S15	1536	677	1509	1,018	274	0,001001
S4	4995	569	1215	4,111	81	0,004041
S5	5103	583	1230	4,149	82	0,004078
S6	5101	595	1255	4,065	83	0,003996
S10	4680	463	1127	4,153	75	0,004082
S11	4736	418	1046	4,528	65	0,004451
S12	4521	418	1077	4,198	67	0,004127
S34	395	475	1605	0,246	749	0,000242
S35	422	496	1585	0,266	719	0,000261
S36	440	493	1635	0,269	727	0,000264
S17	3265	663	1311	2,49	140	0,002448
S18	3870	667	1295	2,988	124	0,002937
S19	2789	703	1344	2,075	177	0,00204
S20	2313	791	1448	1,597	220	0,00157
S21	2077	809	1500	1,385	277	0,001361
S22	1970	998	1549	1,272	332	0,00125
S23	1805	1010	1564	1,154	348	0,001134
S24	1679	979	1558	1,078	348	0,00106
S25	6021	431	985	6,113	50	0,006009
S26	5223	424	981	5,324	51	0,005233
S27	6078	427	987	6,158	51	0,006053
S28	4309	229	783	5,503	41	0,005409
S29	4421	235	783	5,646	40	0,00555
S30	4213	239	795	5,299	41	0,005209
S31	3194	550	1226	2,605	113	0,002561
S32	3040	561	1252	2,428	125	0,002387
S33	3195	526	1200	2,663	113	0,002618

Основанием использования проводимого статистического усреднения для оценки N_i чугунов является то, что проведенные в [217] 11 разных термообработок, не изменяя формы графитовых включений, обеспечили широкий диапазон изменения магнитных свойств образцов. При этом методика измерения магнитных свойств чугунов в [217] соответствует [85].

Выполнение требований [85] обеспечивает измерение H_c , M_s и M_d материалов с относительной погрешностью $\delta \leq \pm 3\%$, а отношения $m_d = M_d/M_s$ при измерении M_d и M_s на одной и той же аппаратуре – с $\delta \approx \pm 1\%$ [58].

Зависимости результатов измерения в [217] M_d серого (СЧ) и высокопрочного (ВЧ) чугунов с разной структурой металлической матрицы от их M_s приведены на рис. 63.

Проходящие через начало координат линии тренда (рис. 63) результатов их статистической обработки имеют уравнение:

$$M_d = m_d M_s \quad (4.102)$$

По результатам статистической обработки зависимостей $M_d(M_s)$, приведенных на рис. 63, для СЧ получено: $m_d \approx 0,4003$. Для ВЧ $m_d \approx 0,4503$. Коэффициенты R корреляции при расчете M_d по (4.102) при этих m_d составили 0,763 и 0,730.

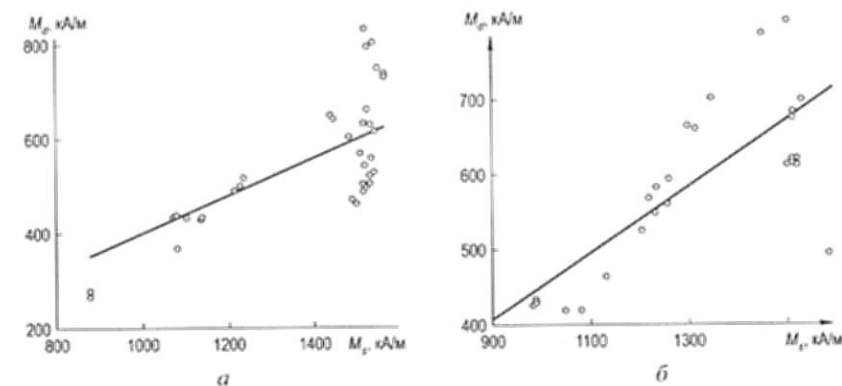


Рис. 63. Зависимости результатов измерения по [217] остаточной намагниченности M_d чугунов с разной структурой металлической матрицы от их намагниченности M_s технического насыщения и проходящие через начало координат линии тренда результатов их статистической обработки: СЧ (а) и ВЧ (б)

Для определения параметра γ по (4.101) воспользуемся также теоретически возможным диапазоном изменения отношения K_{II} ферромагнетиков [11]:

$$0,5 \leq K_{II} \leq 0,866. \quad (4.103)$$

Для определения среднего значения K_{II} в теоретически возможном диапазоне (4.103) его изменения для металлической матрицы чугунов воспользуемся измерениями M_r и M_s сталей 30, 45, 27СГ, 10ХСНД, 15ХН5МФ, 25Х1МФ, 30ХГСА, 30ХГСНА, 30ХМА, 38ХГН, 38ХМЮА, 38ХС, 40Х, 45Х, 40Х1НВА, 50ХНМ, 50ХН1М, 40Х10С2М, 12Х2Н4А, 18Х2Н4ВА, 12Х2Н4А и 18Х2Н4ВА цементированных, 18ХГТ, 30ХН3А, 30ХМА, 60С2, 65Г, У7А, У10А, 95Х18 и 9ХГВ после разных режимов отпуска и закалки, а также отожженных углеродистых сталей. Использовано 593 результата измерения M_r и M_s из табл. 1.1, 1.3, 7.2, 9.1, 14.1–14.4, 16.1–16.2, 17.2, 18.4, 21.1, 21.2, 22.1, 22.2, 24.3, 24.4, 26.2, 28.2, 35.1, 35.2, 36.1, 36.2, 51.5–51.8 [163], рис. 1–48 [172] и табл. 2 [173]. Методика измерения магнитных свойств в [163, 172] и [173, табл. 2] соответствует требованиям [85]. Диапазон изменения свойств: $200 \text{ кА/м} \leq M_r \leq 1400 \text{ кА/м}$, $500 \text{ кА/м} \leq M_s \leq 1707 \text{ кА/м}$ и $71 \text{ А/м} \leq H_c \leq 7,43 \text{ кА/м}$ охватывает весь диапазон изменения магнитных свойств сталей.

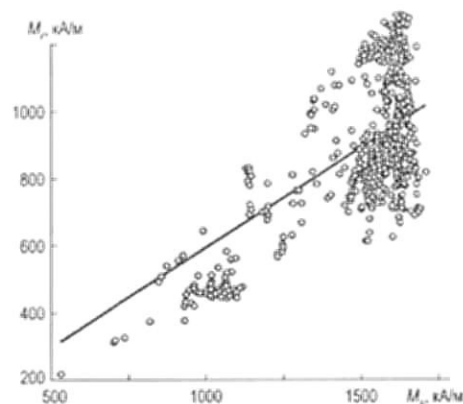


Рис. 64. Зависимость результатов измерения остаточной намагниченности M_r сталей по [163, 172, 173] от их намагниченности M_s технического насыщения и проходящая через начало координат ее линия тренда

Зависимость M_r сталей от их M_s по [163, 172, 173] приведена на рис. 64.

Уравнение проходящей через начало координат линии тренда имеет вид:

$$M_d = K_{II} M_s \quad (4.104)$$

при $K_{II} \approx 0,5951$ и $R \approx 0,692$.

Обсуждение результатов исследований. Близкие значения R в уравнениях (4.102) и (4.104) для сталей и чугунов подтверждают обоснованность использования результатов проведенного статистического анализа для оценки значений коэффициента γ в (4.100). Практически одинаковый для сталей и чугунов разброс значений M_d и M_r определяется теоретически возможным по (4.103) диапазоном изменения M_r при заданной M_s . Изменение угла наклона к оси ординат линии тренда зависимостей $M_d(M_s)$ относительно линии тренда зависимости $M_r(M_s)$ определяется размагничивающим влиянием немагнитных включений в чугунах (их N_i).

Подставив в (4.101) значения m_d и K_{II} , полученные по результатам статистической обработки данных рис. 63 и 64, получим: для СЧ $\gamma \approx 1,364$, а для ВЧ $\gamma \approx 0,983$. Большее значение γ для СЧ по сравнению с ВЧ соответствует [214] представлениям о влиянии формы немагнитных включений в металлической матрице на N_i .

По результатам статистической обработки зависимостей $M_d(M_s)$ для серого (СЧ) и высокопрочного (ВЧ) чугунов и зависимости $M_r(M_s)$ для сталей ВЧ в 1,32 раза, а СЧ – в 1,49 раза меньше, чем M_r стали с той же M_s . Этот результат можно использовать для отсортировки чугунных изделий с разной формой включений от сталей и друг от друга.

Значения N_i серого и высокопрочного чугунов, прошедших разные термические обработки и имеющих разные магнитные свойства, приведены в табл. 14 и 15. Значения N_i рассчитаны по (4.100) при установленных значениях γ . Согласно проведенной оценке N_i чугунов на нисходящей ветви предельной петли магнитного гистерезиса в области их остаточной намагниченности изменяются: для ВЧ в пределах $0,000254 \div 0,0006053$ при среднем значении $0,00025$, а для СЧ – в пределах $0,000836 \div 0,007153$

при среднем значении 0,0032. Для высокопрочного и серого чугунов в литом состоянии (образцы S1–S3 и M1–M3 в табл. 14 и 15) N_i мало отличаются от значений 0,000783 и 0,001085. Полученное значение N_i литого серого чугуна в 18 раз меньше значений N_i , измеренных в [203] на основной кривой намагничивания в поле 36 кА/м. Это связано с влиянием магнитного состояния металлической матрицы чугуна на его N_i и согласуется с физическими представлениями [208–210, 216] о влиянии магнитных свойств металлической основы пористого материала на его N_i .

4.3.2. Оценка максимальной магнитной проницаемости чугунов по коэрцитивной силе

Коэрцитивная сила H_c является единственным магнитным параметром материала, измерение которого допускается в открытой магнитной цепи [85]. Поэтому данные о влиянии технологических факторов на H_c сталей и чугунов наиболее достоверны и широко представлены в справочной литературе.

Важным параметром сталей и чугунов, используемым в электротехнике и неразрушающем контроле [218], является и максимальная магнитная проницаемость μ_m . Измерение μ_m магнитомягких материалов (по [85] – материалов с $H_c \leq 4$ кА/м) по стандартным методикам осуществляют в замкнутой магнитной цепи [85, 58]. Стандартная аппаратура обеспечивает измерение μ_m с относительной погрешностью $\pm 5\%$ [58], но изготовить образцы для таких исследований не всегда возможно. Поэтому важно аналитическое описание объективно существующей связи между μ_m и H_c сталей и чугунов.

В [219] статистическим анализом результатов измерения μ_m и H_c 313 сталей с $19 \leq \mu_m \leq 5700$ и $71 \text{ А/м} \leq H_c \leq 7430 \text{ А/м}$ показано, что μ_m сталей может быть рассчитана по их H_c по формуле (размерность величины H_c – кА/м):

$$\mu_m \approx 1 + 35000 \cdot \left(e^{-4H_c^{0,285}} \right). \quad (4.105)$$

Но характеры намагничивания сталей и чугунов различаются. Формула (4.105) не применима для оценки максимальной магнитной проницаемости μ_{mb} чугунов по их H_c .

Проведем аналитическое описание связи максимальной магнитной проницаемости μ_{mb} чугунов с их коэрцитивной силой H_c , анализ отличий этой связи для сталей и чугунов, оценку значений μ_{mb} чугунов разной структуры по результатам измерения их H_c .

Рассмотрим чугун как однородно намагничиваемое ферромагнитное тело с коэффициентом размагничивания N_i [204, 205]. В соответствии с физическими представлениями [22] о намагничивании ферромагнитного тела коэрцитивные силы тела и его материала равны H_c (см. рис. 1). Для зависимости между магнитными проницаемостями μ и μ_b материала и тела с коэффициентом размагничивания N_i из этого материала соотношение (1.41) [206] запишем в виде:

$$\mu_b = \mu / [1 + N_i(\mu - 1)]. \quad (4.106)$$

Модельные расчеты [206, 209, 210], проведенные для магнитного материала с постоянной магнитной проницаемостью μ , имеющему немагнитные поры разной формы и ориентации, позволили установить обратную зависимость (4.98) N_i материалов с «малой» пористостью p от μ материала металлической основы. Но применение формулы (4.98) для расчета N_i чугунов, для которых относительный объем графитовых включений можно считать «малым», сдерживается неопределенностью объема, распределения форм и ориентаций включений.

Для оценочных расчетов максимальной магнитной проницаемости μ_{mb} чугунов зависимость N_i чугунов от максимальной магнитной проницаемости μ_m материала их металлической основы, на основании (4.98), будем искать в виде:

$$N_i \approx k_i / \mu_m, \quad (4.107)$$

где k_i – постоянный коэффициент, значение которого установим по результатам статистической обработки результатов измерения и расчета μ_{mb} .

С учетом (4.106) и (4.107) для расчета зависимости $\mu_{mb}(H_c)$ максимальной магнитной проницаемости μ_{mb} чугунов от их коэрцитивной силы H_c получим:

$$\mu_{mb}(H_c) \approx \frac{\mu_m(H_c)}{1 + \frac{k_i}{\mu_m(H_c)}[\mu_m(H_c) - 1]}, \quad (4.108)$$

где $\mu_m(H_c)$ определяется по соотношению (4.105).

Вспользуемся тем [219], что практически для всех материалов металлической основы (для всех практически возможных значений H_c) выполняется неравенство:

$$\mu_m(H_c) \gg 1. \quad (4.109)$$

Из (4.108) с учетом (4.109) получим:

$$\mu_{mb}(H_c) \approx \mu_m(H_c)/(1 + k_i). \quad (4.110)$$

Разница в расчете μ_{mb} по (4.108) и (4.110) для всех практически возможных значений H_c чугунов во много раз меньше возможной [58] относительной погрешности $\pm 5\%$ измерения μ_m сталей и μ_{mb} чугунов по стандартной методике [85].

Для определения значения коэффициента k_i в (4.110) воспользуемся результатами измерения коэрцитивной силы H_c и максимальной магнитной проницаемости μ_{mb} чугунов с разной формой графитовых включений (белый, серый, высокопрочный и ковкий чугуны) и разными магнитными свойствами их металлической матрицы (в литом состоянии, после закалки, отпуска и отжига по разным режимам), представленными в табл. 14–17 [204, 217, 220–222].

Отметим, что, хотя в белом чугуне большая часть углерода находится в связанном состоянии, а не в форме графитовых включений (табл. 16), разница в соотношении между H_c и μ_{mb} белого и серого чугунов не выходит за пределы статистического разброса значений μ_{mb} чугунов, возможного в соответствии с (4.83) или (4.85) из-за изменения M_f металлической основы чугунов.

Об этом свидетельствуют представленные на рис. 65 зависимости коэрцитивной силы $H_c(T)$ и произведения $\mu_{mb}H_c(T)$ белого и серого чугунов от температуры T их изотермической выдержки (результаты измерения μ_{mb} и H_c по [204, табл. 17 и 15] представлены в табл. 16).

Таблица 16. Результаты измерения (по данным [204, табл. 15 и 17]) коэрцитивной силы H_c (А/м) и максимальной магнитной проницаемости μ_{mb} белого и серого чугунов, изотермически выдержанных в течение 3 ч при разных температурах T

Тип чугуна	№ образца	Химсостав, %			$T, ^\circ\text{C}$							
		Si	C (связ.)	C (граф.)	Исходное состояние		650		700		725	
					H_c	μ_{mb}	H_c	μ_{mb}	H_c	μ_{mb}	H_c	μ_{mb}
Белый	1	След	3,53	0,29	1157	184	1117	170	986	236	950	275
	2	0,32	3,92	0,18	1152	186	1159	192	1017	223	886	284
	3	0,38	3,24	0,44	1013	234	1037	232	961	282	899	234
	4	0,40	3,34	0,41	1069	222	1037	229	926	272	846	326
	5	0,61	3,53	0,30	1032	212	1002	200	904	252	734	312
Серый	6	0,93	1,90	2,00	1261	177	796	271	599	418	559	482
	7	1,00	1,80	2,14	1314	172	662	316	507	479	487	518
	8	1,68	1,39	2,14	1373	179	618	313	490	480	442	506
	9	1,78	1,05	2,70	1306	179	602	376	519	435	507	518
	10	1,83	0,93	2,84	1306	181	620	380	531	437	521	490
	11	1,86	0,73	3,07	1250	176	571	371	511	430	487	456
	12	2,26	0,71	3,10	1208	181	568	371	549	420	511	—

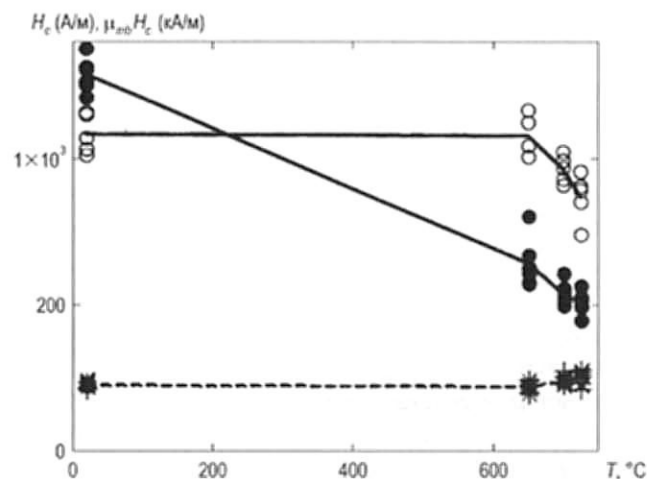


Рис. 65. Зависимость коэрцитивной силы H_c (о, •) и произведения $\mu_{mb}H_c$ (+, x) белого (о, +) и серого (•, x) чугунов с параметрами из табл. 16 от температуры T их изотермической выдержки в течение 3 ч

Процесс графитизации белого чугуна, начинающийся по данным [204] при $T = 700$ °С, приводит к изменению H_c белого чугуна (H_c серого чугуна в этом интервале температур также изменяется, хотя в нем углерод уже находится в форме графитовых включений). Но и для белого, и для серого чугунов статистически значимого монотонного изменения произведения $\mu_{mb}H_c$ не происходит. Это позволяет (на первом этапе) анализировать соотношение μ_{mb} и H_c белого чугуна вместе с чугунами с преобладающими графитовыми включениями.

Отметим, что методика измерения магнитных параметров чугунов в [204, 217, 220–222] соответствует требованиям [85]. Результаты измерения H_c и μ_{mb} в [204, 217, 220–222], пересчитанные в систему СИ, представлены в табл. 14–17. Результатами [223] измерения μ_{mb} и H_c ковкого чугуна не удалось воспользоваться для проводимого анализа из-за низкой точности графического представления измеренных величин в [223] и [201].

Например, представленные в [223, рис. 2, а–д] величины остаточной индукции B_r и μ_{mb} перлитного ковкого чугуна при температуре изотермической выдержки 300–350 °С приобретают даже отрицательные значения. Не представилось возможным использовать и результаты [224] измерения μ_{mb} термически обработанных чугунов. Причина этого в том, что измерения в [224] (по крайней мере, их часть) проведены «баллистическим методом в открытой магнитной цепи» [224, с. 21]. Недопустимость измерения μ_m ферромагнитных материалов на образцах в открытой магнитной цепи показана в [52] и в § 5.3.

На рис. 66 результаты расчетов зависимости $\mu_m(H_c)$ по формуле (4.105) и зависимости $\mu_{mb}(H_c)$ по формуле (4.110) при $k_i = 1,37$ сопоставлены с экспериментом для чугунов с магнитными свойствами, приведенными в табл. 14–17.

Использованы результаты измерения H_c и μ_{mb} 203 разных чугунов. По диапазону изменения магнитных свойств ($40 \leq \mu_{mb} \leq 2120$ и $120 \text{ А/м} \leq H_c \leq 6078 \text{ А/м}$) анализируемые чугуны охватывают практически весь возможный для чугунов интервал изменения их H_c и μ_{mb} (на рис. 66 для наглядности представлены результаты для чугунов с $H_c \leq 1,5 \text{ кА/м}$). Значение $k_i = 1,37$ обеспечивает

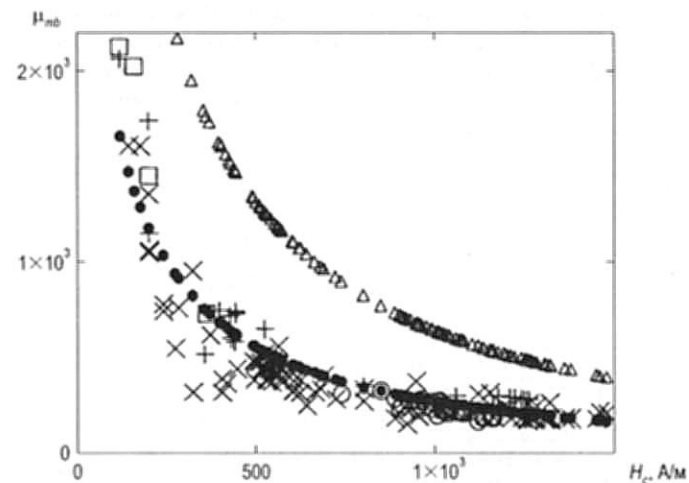


Рис. 66. Зависимость максимальной магнитной проницаемости μ_{mb} чугунов с магнитными параметрами из таблицы от их коэрцитивной силы H_c : \times , $+$, \square и \circ – экспериментальные результаты соответственно для серого, высокопрочного, ковкого и белого чугунов; Δ и \bullet – результаты расчета μ_{mb} по (4.105) и (4.110) при $k_i = 1,37$

наименьшее среднее квадратичное отклонение между результатами расчета по (4.110) и эксперимента.

Полученные данные свидетельствуют о весьма точном описании реально существующей связи между μ_{mb} и H_c уравнением (4.110) при $k_i = 1,37$. Коэффициент R корреляции между результатами расчета и эксперимента при статистической обработке результатов, представленных на рис. 67, а, составил 0,926. Средняя квадратическая ошибка σ расчета по (4.110) при $k = 1,37$ составила $\sigma \approx 130$.

Сопоставление (рис. 66) зависимости $\mu_m(H_c)$, рассчитанной по формуле (4.105), и зависимости $\mu_{mb}(H_c)$, рассчитанной по формуле (4.110) при $k = 1,37$, показывает, что при одинаковой коэрцитивной силе H_c максимальная магнитная проницаемость μ_{mb} чугунов составляет (в среднем, без учета возможных отклонений) всего 42% от максимальной магнитной проницаемости μ_m сталей. Полученная количественная оценка является одним из результатов, определяющих методическую новизну работы. Такая

Таблица 17. Результаты измерения в [204, 220–222] коэрцитивной силы H_c (А/м) и максимальной магнитной проницаемости μ_{mb} белого (БЧ), серого (СЧ), ковкого (КЧ) и высокопрочного (ВЧ) чугунов с разной структурой металлической матрицы

Тип, источник	№ образца	H_c	μ_{mb}	Тип, источник	№ образца	H_c	μ_{mb}	Тип, источник	№ образца	H_c	μ_{mb}
СЧ [204], табл. 15, 17 5 ч 650 °С	6	678	333	СЧ Феррит [220], табл. 2	1	176	1610	СЧ [204], табл. 9 Литой	1	1157	186
	7	565	390		2	200	1355		2	1133	189
	8	539	430		3	279	760		4	1053	218
	9	567	434		4	200	1044		5	1021	224
	10	561	459		5	200	1056		6	1277	180
	11	525	382		6	239	775		7	1317	182
	12	539	371		7	239	743		8	1444	180
СЧ [204], табл. 15, 17 10 ч 650 °С	6	688	409	СЧ Перлит [220], табл. 3	8	144	1610		9	1357	180
	7	530	489		1	399	318		10	1357	178
	8	499	474		2	718	281		11	1301	175
	9	539	487		3	599	315		12	1237	181
	10	555	471		4	599	320		СЧ [204], табл. 5	Л1	910
	11	519	446		5	638	245	О	367	620	
БЧ [204], табл. 15, 17 5 ч 650 °С	6	511	437	СЧ [221], табл. 7	6	319	314	СЧ [222], табл. 1	2	559	420
	1	1073	212		7	798	336		4	918	152
	2	1101	219		Л1	1253	170		6	271	550
	3	1004	270		Л2	886	182		10	319	950
	4	974	252		О1	527	379		1	798	352
БЧ [204], табл. 15, 17 10 ч 650 °С	5	946	229	ВЧ [222], табл. 1	О2	412	363	3	519	650	
	1	1077	210		Л3	1269	171	5	200	1740	
	2	1063	214		Л4	950	192	7	427	605	
	3	1009	274		О4	490	384	8	439	740	
	4	988	268		О4	400	390	9	3032	41	
ВЧ [220], табл. 6	5	954	250	КЧ [220], табл. 5	1	200	1455	БЧ [220], табл. 7	1	1129	186
	Ф1	120	2060		2	359	730		2	1133	189
	Ф2	200	1150		3	160	2020		4	1053	218
	П	918	290		4	120	2120		5	1021	224

разница в соотношениях между H_c и максимальной магнитной проницаемостью сталей и чугунов может быть использована, например, для отсортировки сталей и чугунов друг от друга.

На основании анализа соотношений (4.106), (4.107) и (4.110) внутренний коэффициент N_i размагничивания чугунов в их маг-

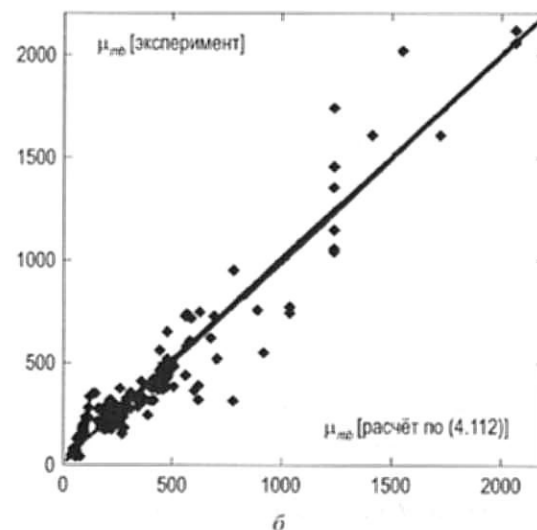
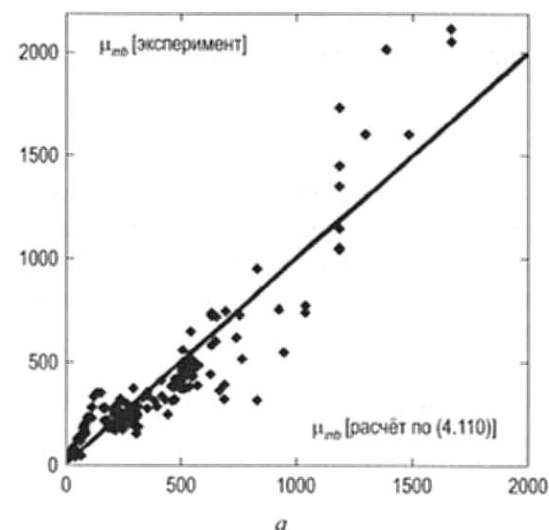


Рис. 67. Зависимость между результатами расчета максимальной магнитной проницаемости μ_{mb} чугунов с магнитными параметрами из табл. 14–17 по (4.110) – (а) и по (4.112) – (б) и результатами [204, 217, 220–222] измерения μ_{mb} этих чугунов

нитном состоянии, соответствующем области максимальной магнитной проницаемости μ_{mb} на основной кривой намагничивания, равен:

$$N_i \approx k_i / [(1 + k_i)\mu_{mb}]. \quad (4.111)$$

Важно проанализировать различие в значениях коэффициента k_i при расчете μ_{mb} по формуле (4.111) для чугунов с разной формой графитовых включений. Результаты анализа для чугунов, магнитные свойства которых представлены в табл. 14–17, сведены в табл. 18.

Таблица 18. Параметры статистической обработки (коэффициент корреляции R и среднее квадратическое отклонение σ) сопоставления результатов расчета μ_{mb} чугунов разной структуры по формулам (4.110) и (4.112) с экспериментальными данными, представленными в табл. 14–17

Тип чугуна	Количество образцов	Расчет по (4.110)			Расчет по (4.112)		
		k_i	R	σ	γ_i , м/кА	R	σ
СЧ+БЧ+ВЧ+КЧ	203	1,37	0,926	130	247	0,953	104
СЧ	117	1,71	0,920	107	224	0,944	90
БЧ	34	1,71	0,840	20	235	0,841	20
ВЧ	48	1,02	0,965	106	274	0,970	98
КЧ	4	0,83	0,943	132	280	0,951	171

Проведенный анализ не выявил статистически значимого различия в значениях коэффициента $k_i \approx 1,71$ при раздельном анализе зависимостей $\mu_{mb}(H_c)$ для белого (с преобладанием углерода в связанном состоянии) и серого (с пластинчатой формой графитовых включений) чугунов. Но для чугунов с компактной формой графитовых включений (для высокопрочного и ковкого чугунов) значения коэффициента k_i существенно ниже и составляют соответственно 1,02 и 0,83.

Этот результат также является новым и представляет научный и практический интерес. Он может быть использован для разработки методов отсортировки чугунных изделий с разной формой графитовых включений не только от сталей, но и друг от друга.

Так, например, среднее значение произведения $\mu_{mb}H_c$ (кА/м) для 117 чугунов с пластинчатой формой графитовых включений, параметры которых представлены в табл. 14, 16 и 17, составляет 265 при среднеквадратичном отклонении $\sigma \approx 89$. Для 48 чугунов со сферической формой графитовых включений, параметры которых представлены в табл. 15 и 17, среднее значение произведения $\mu_{mb}H_c$ (кА/м) составляет 351,5 при $\sigma \approx 115$. Отметим, что для 313 разных сталей, использованных для анализа взаимосвязи μ_m и H_c в [219], среднее значение произведения $\mu_m H_c$ (кА/м) составляет 526,4 при $\sigma \approx 132$.

По результатам статистического анализа соотношения между результатами измерения H_c и μ_{mb} чугунов, представленных в табл. 14–17, используя установленный в соответствии с (4.83), (4.85) характер взаимосвязи между H_c и μ_{mb} сталей и чугунов, удалось разработать более простую, чем (4.110), и более точную для проанализированных данных аппроксимацию зависимости $\mu_{mb}(H_c)$ чугунов:

$$\mu_{mb}(H_c) \approx \gamma_i / H_c, \quad (4.112)$$

где $\gamma_i = 247$ м/кА.

Коэффициент $\gamma_i = 247$ м/кА в (4.112) обеспечивает наименьшее среднеквадратичное отклонение между результатами расчета по (4.112) и эксперимента.

Коэффициент R корреляции между результатами расчета и эксперимента для результатов, представленных на рис. 67, б, составил 0,953. Средняя квадратическая ошибка расчета по (4.112) составила 104. Количественное отклонение между результатами расчета μ_{mb} по (4.112) и экспериментально измеренным значением μ_{mb} в большинстве случаев не превышает суммы возможных [51] погрешностей измерения параметров μ_{mb} и H_c ($\pm 8\%$). Лишь в единичных случаях это отклонение выходит за пределы $\pm 40\%$, обусловленные также возможными в соответствии с [11] изменениями остаточной намагниченности чугунов. (В соответствии с (4.83) и (4.85) изменение M_r материала при постоянной H_c вызывает прямо пропорциональное изменение максимальной магнитной проницаемости сталей и чугунов).

При раздельном анализе результатов расчета μ_{mb} по (4.112) и измерения μ_{mb} для чугунов с разной формой графитовых включений получены (см. табл. 18) еще лучшие статистические результаты. Отметим, что значения γ_i в (4.112), при котором среднеквадратическое отклонение между результатами расчета и эксперимента минимально, для серого и белого чугунов близки, а для ковкого и высокопрочного – близки между собой и значительно отличаются от значения γ_i для серого чугуна.

Достоверность оценки μ_{mb} чугуна по его H_c по формуле (4.112), учитывая широкий диапазон изменения этих параметров (H_c изменялось в 50 раз, а μ_{mb} – в 53 раза), следует признать достаточной для многих практически важных применений. Полученный результат позволяет рекомендовать формулу (4.112) для оценочного расчета μ_{mb} чугунов по результатам измерения их H_c . При известной форме графитовых включений оценка может быть еще более точной при использовании в (4.112) значений коэффициента γ_i , представленных в табл. 18.

Отметим, что для оценки μ_{mb} материала чугунных изделий по (4.112) нет необходимости проводить эксперименты на специально подготовленных образцах в замкнутой магнитной цепи. Информация может быть получена по результатам измерения H_c чугунных изделий в открытой магнитной цепи в соответствии с [85, 58], с использованием приставного электромагнита [72] или справочных данных о H_c чугунов. Этим также определяется методическая новизна работы.

Таким образом, основные результаты анализа внутреннего размагничивающего фактора чугунов следующие:

1. Анализом намагничивания чугуна как однородно намагничиваемого тела показано, что внутренний коэффициент N_i размагничивания чугунов на нисходящей ветви предельной петли магнитного гистерезиса в области остаточной намагниченности обратно пропорционален намагниченности M_s их технического насыщения и прямо пропорционален коэрцитивной силе H_c и параметру γ , определяемому по соотношению (4.101). По результатам статистического анализа соотношений между остаточной намагниченностью и M_s сталей и чугунов с разной формой гра-

фитовых включений определены значения параметра γ для высокопрочного ($\gamma \approx 0,983$) и серого ($\gamma \approx 1,364$) чугунов. Установлено, что N_i литого серого чугуна на нисходящей ветви предельной петли гистерезиса в области остаточной намагниченности в 18 раз меньше его N_i на основной кривой намагничивания в сильном поле.

2. По результатам статистической обработки зависимостей остаточной намагниченности сталей и чугунов от их M_s установлено, что остаточная намагниченность высокопрочного чугуна в 1,32 раза, а серого чугуна – в 1,49 раза меньше, чем остаточная намагниченность стали с той же M_s . Этот результат можно использовать для разработки методов отсортировки чугунных изделий с разной формой графитовых включений от сталей и друг от друга.

3. На основе статистического анализа взаимосвязи между магнитными параметрами сталей и чугунов с учетом особенностей намагничивания чугунов, обусловленных влиянием их внутреннего коэффициента размагничивания графитовых включений, установлено, что внутренний коэффициент размагничивания чугунов на основной кривой намагничивания в магнитном состоянии, соответствующем области максимальной магнитной проницаемости, может быть оценен по формуле (4.111). На основании статистической обработки результатов измерения μ_{mb} и H_c 203 чугунов с разной структурой в сопоставлении с зависимостью μ_m и H_c для сталей установлено, что значения коэффициента $k_i \approx 1,71$ в (4.111) для белого и серого чугунов практически совпадают, а для высокопрочного чугуна $k_i \approx 1,02$.

4. Получены формулы для оценки максимальной магнитной проницаемости чугунов с разной формой графитовых включений по коэрцитивной силе. Показано, что максимальная магнитная проницаемость μ_{mb} чугунов с разной формой графитовых включений может быть рассчитана по формуле (4.112) по их коэрцитивной силе H_c . По результатам анализа 203 чугунов с $40 \leq \mu_{mb} \leq 2120$ и $120 \text{ А/м} \leq H_c \leq 6078 \text{ А/м}$ коэффициент корреляции в линейном уравнении регрессии между результатами расчета μ_{mb} по (19) при $\gamma_i = 247 \text{ м/кА}$ и эксперимента составил 0,953, а относительная

погрешность расчета для большинства чугунов не превысила $\pm 40\%$. При известной форме графитовых включений оценка может быть еще более точной при использовании в (4.112) значений коэффициента γ_p , представленных в табл. 18.

5. Установлено, что при одинаковой коэрцитивной силе H_c максимальная магнитная проницаемость μ_{mb} чугунов составляет (в среднем, без учета возможных отклонений) всего 42% от максимальной магнитной проницаемости μ_m сталей. Существенно (в среднем на 34%) различаются μ_{mb} серого и высокопрочного чугунов при одинаковой H_c . Такая разница в соотношении между H_c , μ_{mb} и μ_m может быть использована для отсортировки чугунов от сталей, а также для отсортировки чугунов с пластинчатой и сфероидальной формами графитовых включений друг от друга.

Коэрцитивная сила H_c является единственным магнитным параметром материала, измерение которого допускается в открытой магнитной цепи [85]. При соблюдении определенных условий намагниченность насыщения образцов в открытой магнитной цепи практически равна намагниченности M_s технического насыщения материала [46]. Используя результаты проведенного в предыдущих главах анализа, определим условия, при которых магнитные параметры ферромагнитных материалов можно определять по магнитным параметрам тела из этого материала, измеренным в открытой магнитной цепи.

5.1. Выбор напряженности намагничивающего поля для намагничивания ферромагнитного тела до технического насыщения с заданной погрешностью [46]

Коэрцитивная сила H_c и остаточная намагниченность M_r чувствительны к структурному состоянию ферромагнитных материалов [64, 68, 72, 75]. Намагниченность M_s технического насыщения чувствительна к фазовому составу материалов [186]. При контроле изделий массового производства изделия намагничивают в разомкнутой магнитной цепи, а измеряемым магнитным параметром служит остаточный магнитный поток в изделии, пропорциональный его H_c и обратно пропорциональный размагничивающему фактору. Измеряемым параметром служит также и максимальная намагниченность M_m в изделии, связанная с M_s его материала. Важным этапом методик магнитного контроля и измерений магнитных параметров изделий в разомкнутой магнитной цепи является выбор напряженности H_c внешнего

магнитного поля, при котором измеряемые параметры изделия однозначно связаны с H_c и M_s его материала и могут быть измерены с погрешностью, не выше заданной.

При решении этой задачи в [167] формула (4.7), предложенная в [16] для описания петли гистерезиса материала, использована для описания изменения намагниченности ферромагнитного тела. Критерий для определения напряженности поля, увеличение которого не приводит к существенным изменениям измеряемых значений H_c и M_r , установлен без учета более раннего насыщения этих параметров по сравнению с намагниченностью M_m в приложенном поле. Поэтому методика [167] привела к существенному (на порядок и более) завышению напряженности магнитного поля, требуемого для достижения заданного уровня намагниченности ферромагнитных тел.

Для решения поставленной задачи рассмотрим сначала ферромагнитное тело, намагничиваемое в замкнутой магнитной цепи. В магнитном поле конечной амплитуды H_m намагничивание материала тела происходит по частным циклам петли гистерезиса. Для анализа связи магнитных параметров частных циклов (коэрцитивной силы H'_c , остаточной намагниченности M'_r , максимальной намагниченности M_m) с H_m и параметрами предельной петли гистерезиса (H_c , M_r , M_s) воспользуемся формулами [19], экспериментально проверенными для широкого класса ферромагнитных материалов [225]. Согласно (14) и (5) из [19] для зависимости $H'_c(H_m, H_c, M_r, M_s)$ следует:

$$H'_c \approx H_c \left\{ 1 - \frac{1}{T} \operatorname{tg} \left[\frac{1}{2} \sum_{n=1}^2 \operatorname{arctg} \left[T(1 + (-1)^n h_m) \right] \right] \right\}, \quad (5.1)$$

где $T = \operatorname{tg}(\pi K_{II}/2)$, $K_{II} = M_r/M_s$, $h_m = H_m/H_c$.

На рис. 68 представлены зависимости $H'_c(H_c)$ при разных H_m и K_{II} .

Анализ зависимостей рис. 68 показывает, что при $H_m = \text{const}$ зависимость $H'_c(H_c)$ линейна лишь при $H_m \geq 10H_c$. С уменьшением H_m отклонения H'_c от H_c увеличиваются и при $H_m < H_c$ зависимость $H'_c(H_c)$ становится обратной (анализ этого явления

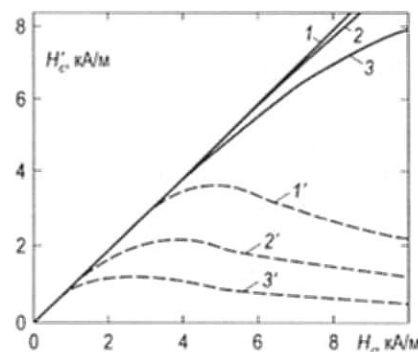


Рис. 68. Зависимости $H'_c(H_c)$ по (5.1) для $H_m = 40$ кА/м (1; 2; 3) и 5 кА/м (1'; 2'; 3') при $K_{II} = 0,8$ (1, 1'); 0,5 (2, 2'); 0,2 (3, 3')

дан в [226]). Для пропорциональной связи между H'_c и H_c необходимо выполнение условия $H_m \gg H_c$.

Для намагниченности M_m материала, находящегося под действием поля $H_m \gg H_c$ и для остаточной намагниченности M'_r этого материала из формул работы [19] получим:

$$M_m \approx \frac{M_s}{\pi} \sum_{n=1}^2 (-1)^n \operatorname{arctg} \left[T(1 + (-1)^n h_m) \right], \quad (5.2)$$

$$M'_r \approx M_r \left\{ 1 - \frac{1}{\pi K_{II}} \sum_{n=1}^2 \operatorname{arctg} \left[T(1 + (-1)^n h_m) \right] \right\}. \quad (5.3)$$

Обозначим $h_c = H'_c/H_c$, $\bar{M}_m = M_m/M_s$, $\bar{M}_r = M'_r/M_r$. Погрешности δ_1 , δ_2 и δ_3 измерения соответственно величины H_c по H'_c , M_s по M_m и M_r по M'_r определим как:

$$\delta_1 = 1 - h_c, \quad \delta_2 = 1 - \bar{M}_m, \quad \delta_3 = 1 - \bar{M}_r. \quad (5.4)$$

Проведя простейшие тригонометрические и алгебраические преобразования [46], из (5.1)–(5.3), с учетом (5.4), найдем:

$$h_m = \left[1 / (T^2 \delta_1) + 1 - \delta_1 - 1 / T^2 \right]^{1/2}, \quad (5.5)$$

$$h_m = \frac{1 + \left[1 + (1 + T^2) \operatorname{tg}^2(\pi \delta_2) \right]^{1/2}}{T \operatorname{tg}(\pi \delta_2)}, \quad (5.6)$$

$$h_m = \left[1 - \frac{1}{T^2} + \frac{2}{T \operatorname{tg}(\pi K_{II} \delta_3)} \right]^{1/2}. \quad (5.7)$$

Для $\delta_1 \ll 1$, $\delta_2 \ll 1$ и $\delta_3 \ll 1$, что соответствует рассматриваемому случаю $H_m \gg H_c$, учитывая, что при $H_m \gg H_c$ для любого K_{II} верно $T^2 \delta_1 \ll 1$, из (5.5)–(5.7) получим:

$$h_m \approx 1/(T \delta_1^{1/2}), \quad (5.8)$$

$$h_m \approx 2/(\pi T \delta_2), \quad (5.9)$$

$$h_m \approx [2/(\pi K_{II} T \delta_3)]^{1/2}. \quad (5.10)$$

Результаты расчета влияния погрешности измерения магнитных параметров на напряженность требуемого намагничивающего поля для материалов с разными K_{II} приведены на рис. 69.

Анализ представленных на рис. 69 зависимостей показывает, что для всех материалов при $h_m = \text{const}$ погрешность δ_1 измерения параметра H_c минимальна, а погрешность δ_2 измерения параметра M_s максимальна. Погрешность δ_3 измерения параметра M_r имеет промежуточное значение, тем меньше отличающееся от δ_1 , чем меньше K_{II} . Из (5.8)–(5.10) может быть установлена следующая взаимосвязь между погрешностями измерения основных магнитных параметров ферромагнитных материалов при перематывании в поле $h_m \gg 1$ одной и той же напряженности:

$$\delta_1 \approx (\pi \delta_2 / 2)^2, \quad \delta_3 \approx \pi T \delta_2^2 / (2 K_{II}), \quad \delta_3 \approx 2 T \delta_1 / (\pi K_{II}). \quad (5.11)$$

Анализ связей (5.11) показывает, что зависимости $\delta_1(\delta_2)$ и $\delta_3(\delta_2)$ параболические. Причем, если $\delta_2 \ll 1$, то $\delta_1 < \delta_2$ и $\delta_3 < \delta_2$. Численный анализ выражений (5.6)–(5.10) показал, что зависимости (5.11) (при $h_m \geq 5$) справедливы до величин $\delta_2 \leq 0,2$.

При намагничивании ферромагнитного тела в разомкнутой магнитной цепи полем напряженностью H_{em} его материал, на основании (В.10), находится под действием намагничивающего поля

$$H_m = H_{em} - N M_m. \quad (5.12)$$

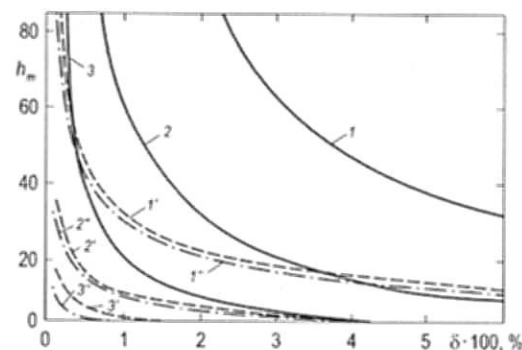


Рис. 69. Влияние погрешностей δ_1 ($1''$, $2''$, $3''$), δ_2 ($1'$, $2'$, $3'$) и δ_3 (1 , 2 , 3) на величину h_m требуемого намагничивающего поля для материалов с $K_{II} = 0,8$ (1 , $1'$, $1''$); $0,5$ (2 , $2'$, $2''$) и $0,2$ (3 , $3'$, $3''$). Расчет по (5.8)–(5.10)

Обозначив $h_e = H_{em}/H_c$ и $K_1 = N M_s / H_c$, из (5.12) найдем:

$$h_e = h_m + K_1 \bar{M}_m. \quad (5.13)$$

Учитывая (5.4)–(5.7), получим из (5.13):

$$h_e = \left[1/(T^2 \delta_1) + 1 - \delta_1 - 1/T^2 \right]^{1/2} + K_1 \left[1 - 2 \delta_1^{1/2} / \pi \right], \quad (5.14)$$

$$h_e = \frac{1 + \left[1 + (1 + T^2) \operatorname{tg}^2(\pi \delta_2) \right]^{1/2}}{T \operatorname{tg}(\pi \delta_2)} + K_1 (1 - \delta_2). \quad (5.15)$$

Выражения (5.14), (5.15) определяют напряженность внешнего намагничивающего поля, необходимого для намагничивания ферромагнитного тела при измерении соответственно его H_c и M_s с погрешностью, не выше заданной.

Для $\delta_1 \ll 1$ и $\delta_2 \ll 1$, учитывая (5.8) и (5.9), получим:

$$h_e = 1/(T \delta_1^{1/2}) + K_1 [1 - 2 \delta_1^{1/2} / \pi], \quad (5.16)$$

$$h_e = 2/(\pi T \delta_2) + K_1 (1 - \delta_2). \quad (5.17)$$

На рис. 70 даны результаты расчета влияния отношения λ осей эллипсоида вращения из «мягкого» и «жесткого» по табл. 11 материалов на напряженность поля H_e , необходимого для намагничивания изделия в разомкнутой магнитной цепи при измерении

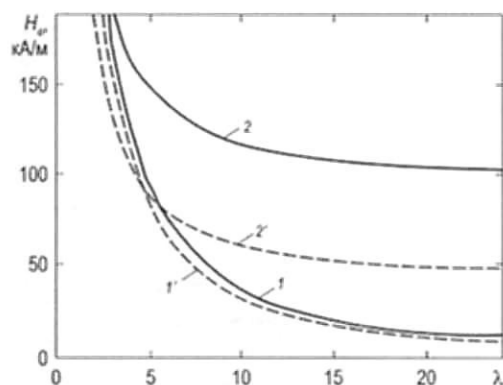


Рис. 70. Влияние λ эллипсоидов вращения из «мягкого» (1, 1') и «жесткого» (2, 2') по табл. 11 материалов на величину H_e намагничивающего поля, необходимую для измерения их H_c с погрешностью $\delta_1 = 0,01$ (1, 2) и 0,05 (1', 2'). Расчет по (5.14)

их H_c с погрешностью не более 1 и 5%. Результат расчета показал, что необходимые напряженности поля H_e при $\lambda \geq 5$ составляют 10÷80 кА/м. Величина δ_1 для изделий из «жесткого» материала при этом близка к 0,05. Для измерения в разомкнутой магнитной цепи H_c более коротких изделий и для достижения $\delta_1 \approx 0,01$ при измерении H_c тел из «жесткого» материала необходимые напряженности H_e возрастают до 150 кА/м и более.

Для анализа влияния изменений напряженности намагничивающего поля, размеров и магнитных свойств изделий на δ_1 и δ_2 получим из (5.14), (5.15):

$$\delta_1 = \left\{ \frac{\pi(h_e - K_1)}{4K_1} \left[\left(1 + \frac{8K_1}{\pi T(h_e - K_1)^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \right\}^2, \quad (5.18)$$

$$\delta_2 = \frac{h_e - K_1}{2K_1} \left\{ \left[1 + \frac{8K_1}{\pi T(h_e - K_1)^2} \right]^{1/2} - 1 \right\}. \quad (5.19)$$

В соответствии с (5.18) и (5.19) изолинии $\delta_1 = \text{const}$ и $\delta_2 = \text{const}$ в координатах (K_1, h_e) представляют собой семейства прямых,

точки пересечения которых с осью h_e (при $N \rightarrow 0$) определяются величинами δ_1 и K_{11} в соответствии с (5.16) и (5.17), а тангенс угла наклона к оси K_1 — величинами $(1 - 2\delta_1^{1/2}/\pi)$ и $(1 - \delta_2)$.

На рис. 71 приведены результаты анализа влияния величины H_e на погрешности измерения магнитных параметров эллипсоида из «среднего» по табл. 11 материала.

Видно, что для магнитного насыщения эллипсоида с $\lambda = 10$ по параметру H_c достаточно гораздо меньшей напряженности намагничивающего поля, чем для насыщения по M_s . Погрешность δ_1 становится менее 0,01 в поле напряженностью около 40 кА/м.

Таким образом, разработанные формулы позволяют оценить напряженность намагничивающего поля, необходимую для измерения H_c или M_s ферромагнитного тела в замкнутой или разомкнутой магнитной цепи с погрешностью, не превышающей заданную. Может быть оценено и влияние изменений размеров изделий и напряженности намагничивающего поля на погрешности измерения его магнитных параметров.

5.2. Селективное измерение коэрцитивной силы движущихся изделий [45]

Остаточная намагниченность M_d в малогабаритных изделиях из многих марок сталей после намагничивания до технического насыщения является критерием качества их механических свойств благодаря прямо пропорциональной зависимости между M_d и H_c материала изделий (§ 4.1), которая является параметром, наиболее чувствительным к изменениям структурного состояния изделий [64, 68, 72, 75]. В соответствии с (4.4), (4.6) наряду с H_c определяющее влияние на M_d и остаточный магнитный поток Φ_d

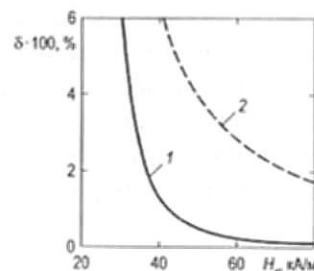


Рис. 71. Влияние напряженности внешнего намагничивающего поля H_e на погрешности δ_1 (1) и δ_2 (2) измерения H_c и M_s эллипсоида вращения с $\lambda = 10$ из «среднего» по табл. 11 материала. Расчет по (5.18) и (5.19)

в изделиях оказывает их размагничивающий фактор, определяемый размерами изделий. Поэтому в магнитном структурном анализе актуальной стала задача разработки способа, обеспечивающего контроль изделий нестабильных размеров, одновременный контроль изделий нескольких размеров, прошедших одинаковую термическую обработку.

Для разработки такого способа воспользуемся результатами анализа изменения намагниченности в теле после намагничивания до технического насыщения. В § 4.2.3 определены условия, при выполнении которых зависимость $M(H_e)$ близка к прямой линии. Измерим [45, 227] в процессе движения изделия величины Φ_1 и Φ_2 магнитных потоков в изделии (пропорциональных намагниченностям M_1 и M_2 изделий) при действии на него магнитных полей H_{e1} и H_{e2} ($H_{e1} > H_{e2}$). Учитывая проведенный анализ зависимости $M(H_e)$, можно считать, что результаты измерения $M_1 = M(H_{e1})$ и $M_2 = M(H_{e2})$ лежат на одной прямой (рис. 72), уравнение которой имеет вид:

$$M(H_e) = M_1 - \frac{M_1 - M_2}{H_{e1} - H_{e2}}(H_{e1} - H_e), \quad (5.20)$$

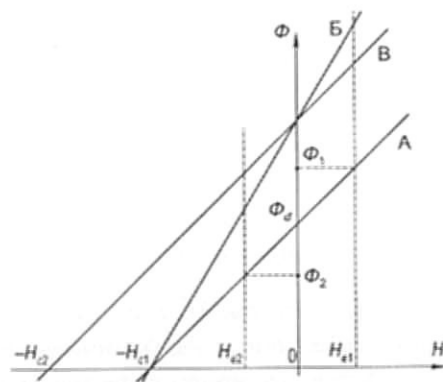


Рис. 72. Зависимость магнитного потока Φ в изделиях от напряженности H действующего на них магнитного поля после намагничивания изделий до технического насыщения: А, Б – для изделий разных размеров из материалов с одинаковой коэрцитивной силой H_{c1} ; А, В – для изделий одинаковых размеров из материалов с разными коэрцитивными силами H_{c1} и H_{c2} ; Б, В – для изделий разных размеров с разными коэрцитивными силами H_{c1} и H_{c2}

откуда, учитывая, что $M(-H_c) = 0$, получим:

$$H_c = \frac{M_2 H_{e1} - M_1 H_{e2}}{M_1 - M_2}. \quad (5.21)$$

Если одно из полей H_{e1} [45, 228] или H_{e2} [45, 229] установить равным нулю, то из (5.21) получим следующее выражение для H_c :

$$H_c = M_d |H'_e| / |M_d - M'|, \quad (5.22)$$

где H'_e – напряженность не равного нулю поля H_{e1} или H_{e2} ; M' – намагниченность в теле при действии на него поля H'_e (соответствующий магнитный поток обозначим Φ').

Полученный результат определяется только величиной коэрцитивной силы изделия и не зависит от его размагничивающего фактора (формы и размеров).

В качестве информационного параметра при разбраковке изделий можно использовать отношение $\zeta = M_d / |M_d - M'|$ (или $\zeta = \Phi_d / |\Phi_d - \Phi'|$), поддерживая H'_e постоянным [228, 229, 45]. При измерении потоков Φ_d и Φ' изделия должны находиться в областях однородного поля, напряженности которого равны соответственно нулю и H'_e . В [227–229, 45] эта проблема решена использованием специальных систем компенсирующих катушек [230, 157]. Последователи для создания на пути движения изделий областей с однородным полем использовали удлиненные соленоиды [231, 70].

При контроле изделий с одинаковой коэрцитивной силой H_{c1} , но разных размеров (зависимости А и В на рис. 72), размагничивающий фактор одного из которых больше, информационный параметр ζ у обоих изделий одинаков, несмотря на то, что остаточный поток в них различен. При контроле изделий разных размеров с разными коэрцитивными силами H_{c1} и H_{c2} (зависимости Б и В на рис. 72) остаточный магнитный поток в изделиях может быть одинаков. Но параметр ζ у изделий будет разным. Он будет пропорционален коэрцитивной силе их материала.

На рис. 73, а представлены результаты исследования связи между Φ_d в изделиях и информационным параметром ζ разработанного способа при $H_{e1} \neq 0$ и $H_{e2} = 0$.

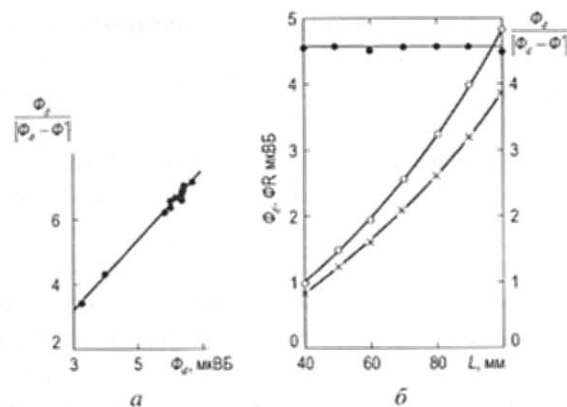


Рис. 73. Результаты экспериментальной проверки разработанного способа:
 $\circ - \Phi'$; $\times - \Phi_d$; $\bullet - \zeta = \Phi_d / |\Phi_d - \Phi'|$

В качестве образцов использованы цилиндры диаметром 13 мм и длиной 50 мм, прошедшие разную термообработку и намагниченные в поле 40 кА/м [45]. Коэффициент корреляции между параметрами ζ и Φ_d составил 0,996 при среднеквадратичном отклонении величины ζ , равном 0,1.

На рис. 73, б исследовано влияние длины L образцов из стали У7, изготовленных из одного прутка диаметром 6 мм, на параметры Φ' , Φ_d и ζ . Видно, что при изменении длины образцов от 40 до 100 мм Φ_d изменяется в 4 раза, а параметр ζ практически постоянен. Его среднеквадратическое отклонение от значения 5,59 составило 1,2% [45].

Для определения пределов использования способа проанализируем погрешность измерения H_c , возникающую при его применении. Пусть намагниченность M в изделии изменяется в соответствии с (4.47). Обозначим $h_1 = H_{c1}/H_c$ и $h_2 = H_{c2}/H_c$. Значения $M(h_1)$ и $M(h_2)$ намагниченности изделия при действии полей h_1 и h_2 определяются формулой (4.47) при подстановке туда этих значений вместо h_c . Пусть δ – погрешность измерения M . Рассмотрим неблагоприятный случай, когда результат изменения M при $h_c = h_1$ равен $M(h_1)(1 - \delta)$, а при $h_c = h_2$ равен $M(h_2)(1 + \delta)$. Тогда, учитывая (5.20) и (5.21), получим для результата $h'_c = H'_c/H_c$ измерения коэрцитивной силы по разработанной методике:

$$h'_c = \frac{M(h_2)(1 + \delta)h_1 - M(h_1)(1 - \delta)h_2}{M(h_1)(1 - \delta) - M(h_2)(1 + \delta)}. \quad (5.23)$$

Погрешность σ разработанного метода определим как

$$\sigma = (H'_c - H_c)/H_c = h'_c - 1. \quad (5.24)$$

Аналитический и численный анализ [45] этой погрешности, проведенный для цилиндрических стержней разной длины из материалов по табл. 11 для двух вариантов применения способа (I вариант – $h_1 = 0, h_2 \neq 0$ [228]; II вариант – $h_1 \neq 0, h_2 = 0$ [229]), показал, что в практически важных случаях (при $\sigma \leq 0,2$) выполняется соотношение:

$$\sigma \approx \sigma_1 + \sigma_2, \quad (5.25)$$

где

$$\sigma_1 = \frac{M(h_2)h_1 - M(h_1)h_2}{M(h_1) - M(h_2)} - 1, \quad (5.26)$$

$$\sigma_2 = \frac{(h_2 + 1)(1 + \delta)h_1 - (h_1 + 1)(1 - \delta)h_2}{(h_1 + 1)(1 - \delta) - (h_2 + 1)(1 + \delta)} - 1. \quad (5.27)$$

Погрешность σ_1 определяет вклад нелинейности зависимости $M(h_c)$ в суммарную погрешность σ способа, а погрешность σ_2 определяет вклад в σ погрешности δ измерения каждого из значений $M(h_1)$ и $M(h_2)$. Зависимости погрешности σ_1 (для цилиндров разной длины из разных материалов) и погрешности σ_2 (для разных δ) приведены на рис. 74.

Представленные результаты показывают, что разработанный способ в обоих вариантах его использования применим для измерения H_c цилиндров с $\lambda \leq 20$ и более из «мягкого» материала и цилиндров с $\lambda \leq 8$ из «среднего» материала. При этом погрешность σ_1 не превышает 0,5%. Для «длинных» ($8 \leq \lambda \leq 20$) цилиндров из «среднего» материала и коротких ($\lambda \leq 4$) цилиндров из «жесткого» материала применим первый вариант способа ($h_1 = 0, h_2 \neq 0$). При этом σ_1 не превышает 2%. Для более длинных изделий из «жесткого» материала оба варианта способа не применимы из-за большой погрешности σ_1 .

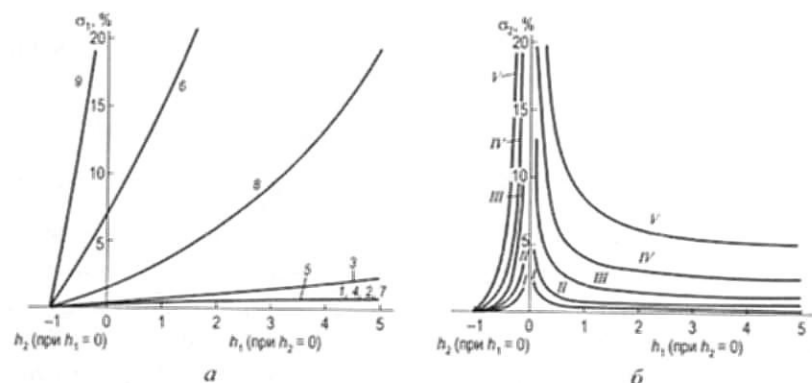


Рис. 74. Зависимости погрешностей σ_1 (а) и σ_2 (б) от полей h_1 (при $h_2 = 0$) и h_2 (при $h_1 = 0$) для цилиндров (1, 2, 3 — $\lambda = 2$; 3, 4, 5 — $\lambda = 8$; 7, 8, 9 — $\lambda = 20$) из «мягкого» (1, 4, 7), «среднего» (2, 5, 8) и «жесткого» (3, 6, 9) по табл. 11 материалов при $\delta = 0,1\%$ (I); $0,2\%$ (II); $0,5\%$ (III); 1% (IV); 2% (V)

Для обеспечения приемлемой погрешности способа погрешность δ измерения каждого из значений $M(h_1)$ и $M(h_2)$ должна быть минимально возможной, а $|h'|$ — не меньше определенного предела, зависящего от δ (рис. 74, б). Целесообразно на практике устанавливать $|h_2| > 0,25$ при $\delta \leq 0,5\%$ и $|h_2| > 0,5$ при $0,5\% \leq \delta \leq 2\%$, а $h_1 > 0,75$ при $\delta \leq 0,5\%$ и $h_1 > 1,5$ при $0,5\% \leq \delta \leq 2\%$. Тогда на практике $\sigma_2 \approx 2\delta$.

Во втором варианте способа (при $h_1 \neq 0$, $h_2 = 0$) с увеличением h_1 погрешности σ_1 и σ_2 изменяются в противоположных направлениях. Значит, погрешность σ по (5.25) имеет минимум при некотором $h_1 = H_{\min}/H_c$. Анализ выражения (5.23) для изделий разной длины из разных материалов показал [45], что величина H_{\min} находится в пределах 1–5 кА/м.

Апробация метода для контроля твердости чугуновых отливок показала [45], что может быть установлен один браковочный предел для отливок разного размера [45]. Апробация метода на чугуновых отливках «ниппель 1 $\frac{1}{4}$ » (трубка длиной 30 мм, наружным диаметром 45 мм и толщиной стенки 5 мм — размеры отливок не постоянны по длине и площади поперечного сечения) показала, что разработанный метод по сравнению с методом контроля по Φ_d позволил улучшить коэффициент корреляции между

твердостью отливок и информационным параметром в 1,49 раза и уменьшить среднеквадратичную ошибку измерения твердости по результатам измерения в 1,57 раза [45].

Таким образом, информационный параметр разработанного способа при установленных режимах использования не чувствителен к изменениям размеров ферромагнитных тел, а определяется лишь коэрцитивной силой материала тела.

5.3. Анализ связи между коэрцитивной силой ферромагнитного тела по индукции и по намагниченности [49]

Взаимосвязь коэрцитивной силы H_B ферромагнитных изделий по индукции B с основными магнитными параметрами материала изделий (коэрцитивной силой H_c по намагниченности M , намагниченностью M_s технического насыщения, остаточной намагниченностью M_r) и размагничивающим фактором N изделия надо установить и проанализировать для воспроизводимости результатов измерения магнитных параметров изделий разными методами, для сокращения количества магнитных параметров, измерения которых достаточно для полной характеристики ферромагнитных свойств материала (в практике магнитных измерений либо не усматривается разница между H_c и H_B [59], либо они рассматриваются как независимые магнитные параметры [232]).

Строго говоря, как и в других случаях анализа процессов намагничивания ферромагнитного тела [23, 35, 44–48], полученные результаты верны только для однородно перемагничиваемых тел (эллипсоидов). При неоднородном намагничивании (например, для тел цилиндрической формы) на процесс намагничивания оказывает влияние эффект изменения распределения намагниченности вдоль тела с увеличением намагничивающего поля [114, 110, 31], приводящий к изменению размагничивающего фактора тела, и эффект упреждающего перемагничивания поверхностного слоя тела [34, 116], который пока не описан аналитически. Однако качественно результаты проведенного анализа

и выводы, как и в [23, 35, 44–48], можно распространить и на неоднородно намагничиваемые тела. Тем более что для анализируемой задачи первым из указанных эффектов можно пренебречь, так как тело считается намагниченным до насыщения, а при перемагничивании находится в слабых полях, при которых изменения распределения намагниченности вдоль тела практически не происходит [114, 110, 31].

Для решения поставленной задачи воспользуемся для описания изменения намагниченности $M(H)$ материала ферромагнитного тела на нисходящей ветви ($-H_c \leq H \leq 0$) предельной петли гистерезиса формулой (4.2) Фрелиха. Использование аппроксимации (4.2) для анализа процессов перемагничивания ферромагнитного тела в указанном диапазоне перемагничивающего поля обосновано в § 4.1.1.

Воспользуемся выражениями (B.10) и (B.5) для поля H внутри намагниченного тела и для индукции B в намагниченном материале. Получим из (4.2) и (B.10) и (B.5):

$$M = A_1 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_s(H_c + H_e)}{NA_1^2}} \right], \quad (5.28)$$

где $A_1 = [M_s(H_c + NM_r) + M_r H_e] / (2NM_r)$. (5.29)

Из (B.5) и (B.10):

$$B = \mu_0 [H_c + M(1 - N)]. \quad (5.30)$$

Из (5.28) и (5.30):

$$B = \mu_0 \left\{ H_c + (1 - N) A_1 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_s(H_c + H_e)}{NA_1^2}} \right] \right\}. \quad (5.31)$$

При $H_e = -H_B$ $B = 0$. Тогда из (5.31):

$$0 = -H_B + (1 - N) A_2 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_s(H_c + H_B)}{NA_2^2}} \right], \quad (5.32)$$

где из (5.29):

$$A_2 = [M_s(H_c + NM_r) - M_r H_B] / (2NM_r). \quad (5.33)$$

Проведя преобразования (5.32), найдем:

$$H_B^2 - 2(1 - N) A_2 H_B + \frac{(1 - N)^2}{N} M_s (H_c - H_B) = 0. \quad (5.34)$$

Преобразовав (5.34) с учетом (5.33), получим:

$$H_B^2 - (1 - N) M_s (1 + H_c/M_r - N/2) H_B + (1 - N)^2 M_s H_c = 0. \quad (5.35)$$

Решая (5.35) и обозначив $h_B = H_B/H_c$, найдем:

$$h_B = \frac{(1 - N) M_s}{2H_c} \left(1 + \frac{H_c}{M_r} - \frac{N}{2} \right) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4H_c}{M_s (1 + H_c/M_r - N/2)^2}} \right]. \quad (5.36)$$

Для большинства магнитных материалов (исключая материалы для постоянных магнитов) верно соотношение $M_s \gg 4H_c$, с учетом которого (5.36) преобразуем к виду

$$h_B \approx \frac{(1 - N)}{1 + H_c/M_r - N/2}. \quad (5.37)$$

Разница в результатах расчета между (5.36) и (5.37) не более 0,05% для «мягкого»; 0,3% для «среднего» и 2,4% для «жесткого»

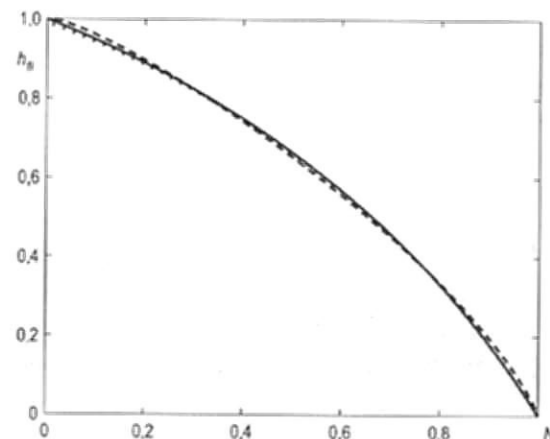


Рис. 75. Зависимость отношения $h_B = H_B/H_c$ от размагничивающего фактора N тела из «мягкого» (сплошная линия) и «жесткого» (точки) материалов из табл. 11. Расчет по (5.36). Пунктир – расчет по интерполирующей зависимости (5.38)

по табл. 11 материалов во всем диапазоне изменения N . Выражения для H_B материала (для замкнутой магнитной цепи) следуют из (5.36) и (5.37) при $N = 0$.

Анализ (5.30) и (5.31) показывает, что H_B всегда меньше H_c . Причем при $N \rightarrow 1$ для любого материала $H_B \rightarrow 0$. Проанализируем (рис. 75) зависимость $h_B(N)$ для изделий разных размеров и материалов. Анализ показывает, что магнитные свойства материалов (отношение H_c/M_r) оказывают влияние на разницу между H_B и H_c при малом N . По мере возрастания N тела его величина оказывает определяющее влияние на отношение H_B/H_c . Причем зависимость $h_B(N)$ может быть интерполирована функцией:

$$h_B \approx (1 - N^{1,3})^{0,8}. \quad (5.38)$$

В соответствии с (5.38), например, для шара ($N = 1/3$) $h_B \approx 0,803$. Для бесконечно длинного цилиндра при намагничивании ортогонально образующей ($N_{\perp} = 1/2$) $h_B \approx 0,659$.

5.4. О невозможности расчета остаточной намагниченности ферромагнитного материала по результату измерения магнитных свойств тела в открытой магнитной цепи [52]

Наряду с H_c и M_r важным параметром ферромагнитных материалов является остаточная намагниченность M_r — намагниченность, сохраняющаяся в материале после намагничивания его до намагниченности M_s и уменьшения напряженности магнитного поля в нем до нуля (см. табл. 1) [83]. Диапазон изменения M_r ферромагнитных материалов под влиянием технологических факторов ограничен: (4.103) [11]. Если магнитная анизотропия одноосна и направление легкой оси намагничивания материала меняется от участка к участку, получено следующее соотношение между M_r и M_s : $M_r = 0,5M_s$. Для веществ, обладающих кубической магнитной анизотропией: $M_r = 0,832M_s$ и $M_r = 0,866M_s$.

Несмотря на ограниченный диапазон изменения, M_r является одним из важных магнитных параметров для характеристики структурного состояния сталей и чугунов. Стандартная аппаратура измеряет M_r с относительной погрешностью менее $\pm 3\%$ [58].

Но данные о M_r сталей и чугунов не всегда достоверны и приводятся в литературе реже, чем о H_c и M_s . Причина этого в сложности измерения M_r : по стандартным методикам M_r измеряют на тороидальных образцах или в пермеамetre [85, 58]. Изготовить образцы для таких исследований не всегда возможно. Сложность соблюдения стандартных требований при измерении M_r привела к использованию рядом исследователей для характеристики M_r сталей и чугунов результатов измерения остаточной индукции B_d образцов в открытой магнитной цепи. Это имело место в многочисленных статьях (например, [196–199]), обобщенных в [63, 224], и ссылках на эти публикации.

Но предельная петля гистерезиса образца отличается от предельной петли гистерезиса его материала. Если M_r и H_c обеих петель гистерезиса равны, то остаточная намагниченность M_d образцов существенно меньше M_r их материалов (см. рис. 1). Поэтому использование результата измерения M_d (или B_d) изделий для получения информации о M_r их материалов приводит к получению недостоверных результатов. Тем не менее вопрос о возможности использования результатов измерения тела в открытой магнитной цепи для расчета M_r его материала оставался актуальным.

Действительно, для расчета M_d ферромагнитного тела по его размагничивающему фактору N и H_c , M_s и M_r материала Р. И. Янусом, с использованием аппроксимации изменения намагниченности на нисходящей ветви предельной петли гистерезиса формулой (4.2) Фрелиха и взаимосвязи (В.10) между напряженностью поля в веществе и напряженностью H_e внешнего поля получена формула (4.4). Достоверность формулы (4.4) экспериментально обоснована в [44]. Решение обратной задачи — определение M_r материала по результатам измерения H_c , M_s , N и M_d тела не представляет математических трудностей. В § 4.1.3 на основании (4.2) и (В.10) для расчета M_r получена формула (4.20).

Тем не менее использование формулы (4.20) для получения информации о M_r материала может привести к получению достоверных результатов лишь в случае «абсолютно точного» измерения H_c , M_s , N и M_d — гораздо более точного, чем это возможно при соблюдении требований [85]. Причина этого в следующем.

Проведенным в § 4.1.2 анализом показано, что даже для «протяженных» изделий из таких материалов (например, цилиндров с отношением λ длины к диаметру $\lambda = 20$), чувствительность M_d изделия к изменениям M_r его материала не превышает 0,1, а к изменениям H_c и N – по модулю близка к 1. Именно поэтому зависимости B_r (на самом деле – B_d) от температуры $T_{отж}$ отжига повторяют зависимости $H_c(T_{отж})$ в [196–199, 63]. Следовательно, случайная погрешность расчета M_r материала по (4.23) будет более чем на порядок выше погрешностей измерения M_d , H_c и N тела. Для более «коротких» изделий погрешность расчета M_r материала с использованием (4.23) будет еще больше. Учитывая, что погрешности измерения N тела и магнитных параметров M_d и H_c на измерительной аппаратуре [58], удовлетворяющей требованиям [85], составляют $2 \pm 3\%$, такие результаты расчета M_r материала не удовлетворительны.

Принципиальную невозможность расчета M_r материала по магнитным параметрам тела подтверждает и неудачная попытка восстановления магнитных параметров материала по результатам измерения магнитных параметров тел разных размеров в открытой магнитной цепи, предпринятая в [233]. Погрешность восстановления M_r стали 45 по магнитным параметрам цилиндрических стержней диаметром 10 мм и длиной от 50 до 200 мм, измеренным на специально созданной лабораторной установке [120] в идеальных условиях, по [233] «в основном носит случайный характер» и колеблется от -25 до $+50\%$. Для M_r материала такая погрешность «восстановления» превышает возможную погрешность (от -20 до $+34\%$) оценки $M_r \approx 2M_s/3$, которую можно дать на основе (4.103) не проводя никаких экспериментальных исследований.

5.5. Анализ погрешности определения магнитной проницаемости ферромагнитного материала в открытой магнитной цепи [53]

Важными для электротехники и магнитного структурного анализа параметрами ферромагнитных материалов являются начальная μ_n и максимальная μ_m магнитные проницаемости [12, 72,

83]. По стандартным методикам μ_n и μ_m магнитомягких материалов измеряют на образцах тороидальной формы или в замкнутой магнитной цепи пермеаметра [85, 58]. Изготовить образцы для таких исследований не всегда возможно. Тем более, что измерение μ_n необходимо проводить на термически размагниченном материале при последовательном возрастании магнитного поля [83]. Это исключает возможность проведения повторных измерений μ_n на образцах, прошедших термическую обработку по заданным режимам, после их использования для магнитных измерений. Поэтому в справочной литературе результаты исследования влияния различных технологических факторов получения материалов на их μ_n и μ_m приводятся реже, чем других магнитных параметров [12, 72, 163]. Это сдерживает оптимизацию режимов термической обработки материалов и разработку методов их магнитного контроля.

Сложность соблюдения стандартных требований к измерению магнитных свойств материалов предопределила использование рядом исследователей результатов измерения магнитных параметров образцов с малым размагничивающим фактором (центральным коэффициентом размагничивания N) в разомкнутой магнитной цепи. Это привело к получению недостоверных результатов, например при измерении μ_m сталей 30 и 45 в [234]. В [235] показано, что разница в результатах измерения μ_m в [234] и [163] с уменьшением H_c сталей 30 и 45, отпущенных при разных температурах, возрастает с 32 до 97%. Это находится далеко за пределами возможных в соответствии с [58] погрешностей $\pm 5\%$ измерения μ_m . Причина этого в примененной авторами [234] методике измерения μ_m в разомкнутой магнитной цепи: «Для уменьшения размагничивающего действия концов образца к нему приставлялись надставки из мягкого железа. Внутреннее поле в образце измерялось с помощью специально отградуированных плоских катушек». При этом размеры и магнитные свойства «надставок» в [234] не указаны. Тем не менее полученные в [234] результаты измерения μ_m представлены в научной, учебной и справочной литературе как магнитные свойства углеродистых сталей (см., например, [173, рис. 10–12], [183, рис. 12–14], [68, рис. 2.5,

2.13, а, 2.24, а], [72, рис. 12.5, 12.13, а, 12.24, а)]. Проведенный с их использованием в [68, 72] анализ характера и причин изменения магнитных параметров углеродистых сталей при закалке и отпуске, несмотря на свою убедительность, является ошибочным.

Исследования влияния температуры отжига листового проката низко- и среднеуглеродистых сталей на их магнитные свойства проведены на образцах в виде пластин длиной 200 мм, шириной 20 мм и толщиной 1÷2 мм в соленоиде баллистической установки БУ-3 [196–199, 63, 236–238]. Считалось, что малый коэффициент размагничивания обеспечивает одинаковую или близкую зависимость магнитных параметров образцов и их материала от технологических факторов. Предпосылкой к этому служила возможность, при соблюдении определенных условий в соответствии с [85], измерения H_c магнитомягких материалов на образцах в разомкнутой магнитной цепи. Хотя обоснованность и условия применения такого подхода при измерении других магнитных параметров не были исследованы, полученные результаты измерений включены в справочные издания как магнитные свойства материалов (например, на рис. 12.1 в [72]). На основе их анализа сделаны ошибочные выводы об оптимальных параметрах магнитного контроля качества отжига холоднодеформированных углеродистых сталей.

В § 4.3.1 [46] определены условия, при которых намагниченность насыщения материала может быть измерена с заданной погрешностью на образце конечных размеров в открытой магнитной цепи. В § 5.4 [52] показано, почему остаточная намагниченность ферромагнитного материала не может быть определена по результату измерения остаточной намагниченности образца конечных размеров в открытой магнитной цепи практически ни при каких условиях.

В настоящем параграфе определим условия, при которых результаты измерения начальной и максимальной магнитных проницаемостей образцов конечных размеров в открытой магнитной цепи можно использовать для определения μ_n и μ_m их материалов.

Предпосылкой возможности решения этой задачи является разработка достаточно точных формул (см. табл. 10) для расчета центральных коэффициентов размагничивания N тел простой формы из материала с высокой магнитной проницаемостью ($\mu \gg 1$) [37]. Не нарушая общности рассмотрения, для повышения практической значимости анализа исследуем взаимосвязь между магнитными проницаемостями материала μ и тела μ_b для образцов в форме пластин длиной $L = 200$ мм, шириной $B = 20$ мм и толщиной $A = 0,5; 1; 1,2; 1,5$ и 2 мм, которые (кроме $A = 0,5$ мм) использованы в исследованиях [196–199, 63, 236–238]. Расчет N пластин проведем по формуле из табл. 10.

Размеры пластин и результаты расчета их центральных коэффициентов N размагничивания (практически совпадающие с результатами измерения N пластин в [198]) приведены в табл. 19. Влияние неоднородного намагничивания пластин при измерениях не существенно в рассматриваемом случае.

Таблица 19. Результаты расчета по (2.4), (2.26) центральных коэффициентов N размагничивания пластин длиной $L = 200$ мм, шириной $B = 20$ мм и толщиной A

№ п/п	1	2	3	4	5
A , мм	0,5	1	1,2	1,5	2
N	0,00097	0,00172	0,002	0,00256	0,00303

Воспользуемся формулой (1.41) для магнитной проницаемости μ_b ферромагнитного тела. Для расчета магнитной проницаемости μ материала по μ_b запишем (1.41) в виде:

$$\mu = k_b \mu_b, \quad (5.39)$$

где $k_b = (1 - N)/(1 - N\mu_b)$. (5.40)

Коэффициент k_b показывает, во сколько раз магнитная проницаемость μ материала больше магнитной проницаемости μ_b тела.

На рис. 76 приведены зависимости $\mu = \mu(\mu_b)$ и $k_b = k_b(\mu_b)$ для образцов из табл. 19.

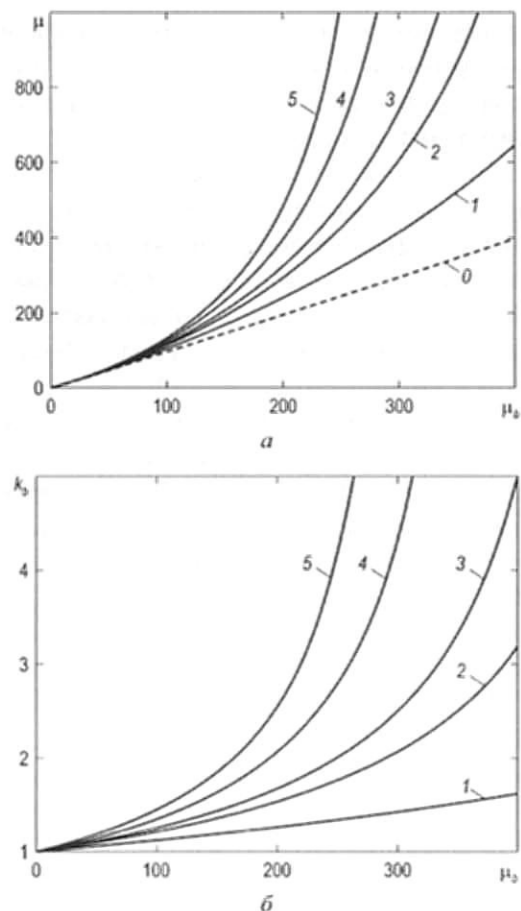


Рис. 76. Зависимости магнитной проницаемости μ материала (a) и коэффициента k_b (b) от магнитной проницаемости μ_b тела для образцов из табл. 19: 0-5 – соответственно для центральных коэффициентов N размагничивания образцов, равных 0; 0,00097; 0,00172; 0,002; 0,00256 и 0,00303. Расчет по формулам (5.39) и (5.40)

Представленные результаты показывают, что по мере увеличения μ_b и N величина коэффициента k_b и крутизна зависимостей $\mu = \mu(\mu_b)$ резко возрастают. Тем не менее при абсолютно точном измерении μ_b и измерении или расчете N магнитная проницаемость μ материала может быть точно рассчитана по (5.39).

Но, как уже отмечено, современная измерительная аппаратура не обеспечивает «абсолютно точного» измерения магнитных параметров материалов и тел. Баллистическая установка БУ-3 [58] (метрологически обеспеченная точность измерения у которой наилучшая), при соблюдении жестких условий к классу точности входящих в ее состав измерительных приборов и требований к точности измерения размеров образцов, обеспечивает измерение магнитной индукции и поля с относительной погрешностью около $\pm 3\%$ [58]. Погрешность δ_μ измерения μ материалов или образцов с ее использованием может составлять $\pm 6\%$. Погрешность δ_N измерения размагничивающего фактора N образцов не может быть меньше $\pm 3\%$. Проанализируем, какой может быть погрешность σ расчета по (5.39) магнитной проницаемости μ материала при использовании результатов измерения μ_b с погрешностью δ_μ .

Для анализа, как и ранее, воспользуемся чувствительностью S_x^Y величины Y к параметру x , определяемую по формуле (2.16). В качестве Y используем величину μ . В качестве параметра x используем μ_b и N .

Из (2.16) с учетом (5.39) и (5.40) получим:

$$S_{\mu_b}^\mu = 1/(1 - N\mu_b), \quad (5.41)$$

$$S_N^\mu = N(\mu_b - 1)/[(1 - N)(1 - N\mu_b)]. \quad (5.42)$$

На рис. 77 приведены зависимости $S_{\mu_b}^\mu(\mu_b)$ и $S_N^\mu(\mu_b)$ для образцов из табл. 19.

Анализ полученных результатов показал, что значения μ_b , при которых $1 \leq S_{\mu_b}^\mu \leq 2$ и $0 \leq S_N^\mu \leq 1$, для образцов из табл. 19 не превышают соответственно 510, 290, 250, 200 и 170. Значения μ материала не превышают при этом соответственно 1008, 578, 499, 409 и 349, а погрешность σ определения μ может быть рассчитана по формуле:

$$\sigma = S_{\mu_b}^\mu \delta_\mu + S_N^\mu \delta_N. \quad (5.43)$$

В соответствии с [12, 163] начальная μ_n и максимальная μ_m магнитные проницаемости конструкционных сталей, подвергну-

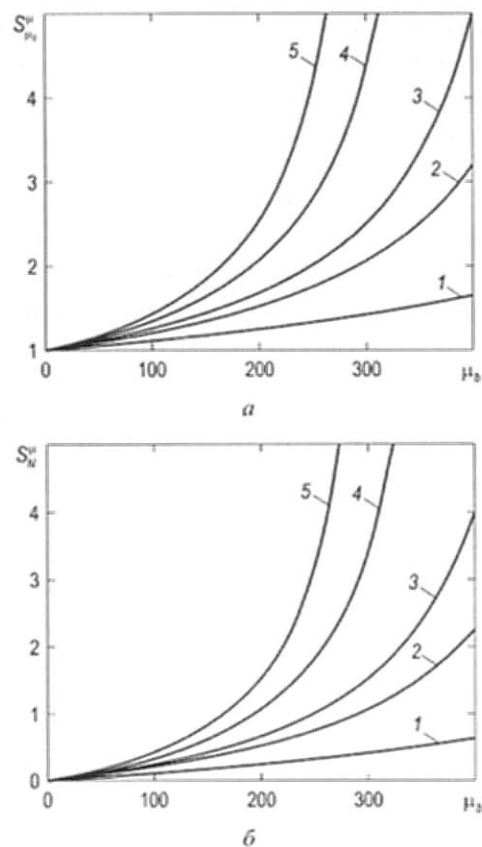


Рис. 77. Зависимости чувствительности $S_{\mu_b}^{\mu}$ (а) и $S_{\mu_b}^N$ (б) для образцов из табл. 19: 1–5 – соответственно для N образцов, равных 0,00097; 0,00172; 0,002; 0,00256 и 0,00303. Расчет по формулам (5.41) и (5.42)

тых разным термическим обработкам, изменяются в пределах: $9 \leq \mu_n \leq 150$; $20 \leq \mu_m \leq 1000$. Значит, определить с приемлемой точностью μ_m сталей можно по результатам измерения μ_b на образцах, имеющих $N \leq 0,001$ (например, на пластинах $200 \times 20 \times 0,5$ мм). При использовании результатов измерения μ_b на образцах, имеющих больший N , погрешность определения μ будет неприемлемой. Например, согласно результатам, представленным на рис. 2, б в [196], $\mu_{m,b}$ образца размером $200 \times 20 \times 1$ мм из стали 08Ю, ото-

жженного при температуре $T_{отж} = 500$ °С, составляет 475. При $\delta_{\mu} = \pm 6\%$ и $\delta_N = \pm 3\%$ рассчитанная по (5.43) величина σ составит $\pm 46\%$. При дальнейшем увеличении $T_{отж}$ с увеличением $\mu_{m,b}$ образца величина σ превышает разумные пределы (μ_m материала может иметь практически любое значение).

Начальная магнитная проницаемость $\mu_n \leq 150$ конструкционных сталей может быть определена с приемлемой точностью по результатам ее измерения на образцах, параметры которых приведены в табл. 19 (до значений $N \leq 0,005$).

В качестве примера реализации такой возможности на рис. 78 представлены результаты определения зависимости μ_n сталей 08Ю и 45 от температуры $T_{отж}$ отжига.

Расчет проведен по (5.39), (5.40) с использованием формул из табл. 10 и экспериментальных результатов, измеренных на пластинах из стали 08Ю размером $200 \times 20 \times 1$ мм в [196] и из стали 45 размером $200 \times 20 \times 1,2$ мм в [198] (параметр μ_n в [196, 197, 199, 236–238] обозначен « μ_o »). Диапазон возможного изменения рассчитанных значений μ_n сталей 08Ю и 45 определен с использованием (5.43) при $\delta_{\mu} = \pm 6\%$ и $\delta_N = \pm 3\%$. Отметим, что, согласно [196] и [198], при изменении $T_{отж}$ от 20 до 900 °С, H_c сталей 08Ю и 45 монотонно снижается соответственно с 760 до 120 А/м и с 910 до 190 А/м (на шкале H_c на рис. 1, б в [198] опечатка: правильное значение 480 А/м, а не 380 А/м).

Полученный результат удивляет: если значения μ_n сталей 08Ю и 45 при $H_c = 700 \div 900$ А/м (при низких $T_{отж}$) в целом соответствуют значениям $\mu_n = 60 \div 95$ материалов с такой коэрцитивной силой [163], то при $H_c = 120 \div 200$ А/м рассчитанные значения μ_n сталей 08Ю и 45 в 3–4 раза превышают значение $\mu_n = 150$ отожженного при $T_{отж} = 950$ °С технического чистого железа, имеющего $H_c = 80$ А/м [12]. Причем при $T_{отж} = 900$ °С значение $\mu_n = 150$ существенно (в $1,5 \div 2$ раза) превышает и результаты непосредственного измерения μ_n на образцах с $N = 0,00172 \div 0,002$.

Конечно, известны материалы, имеющие и большие значения μ_n . Кремнистое железо, например, при содержании кремния 3–4% может иметь значения μ_n , равные 500 и даже (текстурованное) 1500 (табл. 12.5 в [12]). Но при этом его H_c равна 40 и 8 А/м

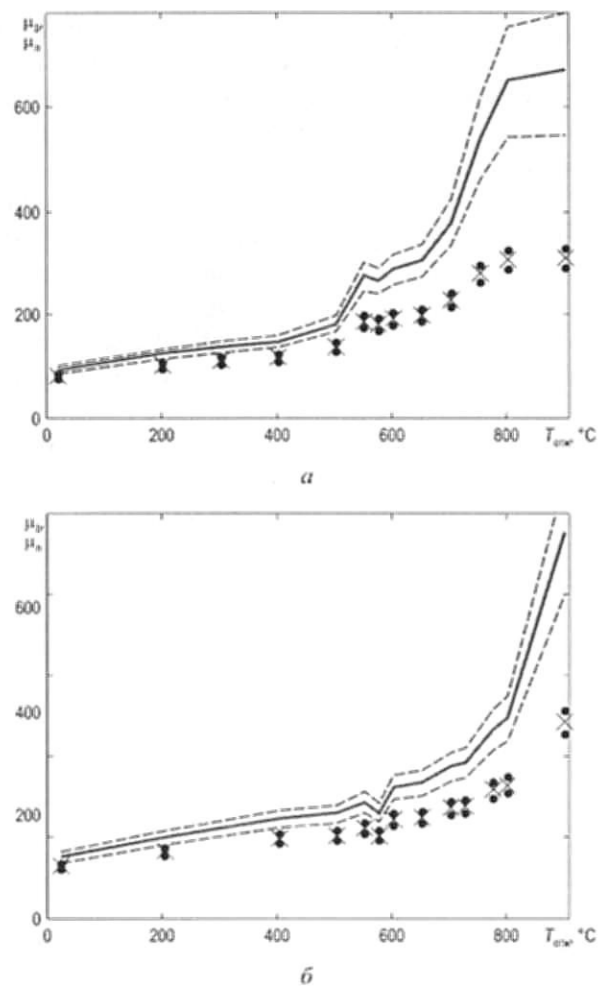


Рис. 78. Результаты (сплошная линия) определения зависимости начальной магнитной проницаемости μ_n стали 08Ю (а) и стали 45 (б) от температуры $T_{отж}$ отжига. Расчет с использованием (4.111), (4.112): \times – экспериментальные результаты, измеренные соответственно на пластинах размером $200 \times 20 \times 1$ мм в [196] и $200 \times 20 \times 1,2$ мм в [198]; \bullet – возможные диапазоны изменения μ_n образцов при относительной погрешности измерения $\pm 6\%$, пунктир – возможный диапазон изменения рассчитанных значений μ_n .

соответственно [12] – в $3 \div 12$ раз меньше, чем у исследованных сталей после отжига при $T_{отж} = 900$ °С.

Возможны три объяснения полученного результата:

1. При высокотемпературном отжиге стали 08Ю и 45 (и стали 3кп, 08кп, 10кп, 15сп, 20сп, 35, 50, 65Г, результаты измерения μ_n которых представлены в [196–199, 63, 236–238]), приобретают anomalously высокое для их коэрцитивной силы значение μ_n .

2. Измерения μ_n в [196–199, 63, 236–238] проведены не на термически размагниченных образцах при последовательном возрастании магнитного поля в соответствии с [83, 85], а после размагничивания образцов знакопеременным магнитным полем («магнитной подготовки»).

3. При измерении μ_n в [196–199, 63, 236–238] допущена методическая ошибка. Возможно, измерения μ_n проведены не в соответствии с [85, 58] (путем экстраполяции начальной кривой намагничивания по индукции при стремлении напряженности магнитного поля к нулю), а путем измерения значения μ при фиксированной (пусть и малой) напряженности намагничивающего поля. Поэтому при относительно большой H_c материала результат измерения параметра μ близок к μ_n . По мере снижения H_c материала результат измерения μ приобретает промежуточное значение между μ_n и μ_m .

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. Справочные данные о результатах измерения начальной μ_n и максимальной μ_m магнитных проницаемостей сталей не всегда достоверны. В некоторых случаях в справочниках, монографиях и научных статьях приведены результаты измерения этих параметров на образцах различных размеров в разомкнутой магнитной цепи, которые не соответствуют значениям μ_n и μ_m материалов. Особенностью таких результатов являются заниженные значения μ_n и относительно небольшой диапазон изменения этого параметра при изменении технологических факторов (например, на рис. 2.5, 2.13, а, 2.24, а в [68], на рис. 12.1, 12.5, 12.13, а, 12.24, а в [72]).

2. Величина μ_m конструкционных ферромагнитных материалов при ее значениях $\mu_m \leq 1000$ может быть рассчитана по формулам (5.39), (5.40) по результату измерения в разомкнутой магнитной цепи на образцах с размагничивающим фактором $N \leq 0,001$.

При этом измерительная аппаратура должна обеспечивать относительную погрешность измерения магнитных параметров не хуже $\pm 3\%$. Относительная погрешность расчета может быть определена по формуле (5.43) с учетом (5.41) и (5.42). Результаты измерения параметра μ_m на образцах с большим значением N не могут быть использованы для определения μ_m материала из-за чрезмерно большой погрешности расчета.

3. Величина μ_m конструкционных ферромагнитных материалов при ее значениях $\mu_m \leq 150$ может быть рассчитана по формулам (5.39), (5.40) по результату измерения в разомкнутой магнитной цепи на образцах с размагничивающим фактором $N \leq 0,005$. Относительная погрешность расчета может быть определена по формуле (5.43).

4. Результаты [196–199, 63, 236–238] измерения в разомкнутой магнитной цепи μ_m образцов из низко- и среднеуглеродистых сталей после высоких температур отжига в 1,5–2 раза превышают значения μ_m материалов с близкими магнитными свойствами, что является следствием методической ошибки измерения.

5.6. Анализ распределения намагниченности вдоль стержней из материала с высокой магнитной восприимчивостью

При магнитных измерениях в разомкнутой магнитной цепи на образцах не эллипсоидальной формы различают баллистический (центральный) N_B и магнитометрический N_M коэффициенты размагничивания тел [24, 58, 59, 80]. Первый используют при баллистических измерениях, когда определяют среднюю по поперечному сечению в центральной части тела намагниченность M_0 . Второй – при измерении усредненной по объему тела намагниченности \bar{M} . Важным в магнитных измерениях параметром намагниченного тела является и его дипольный момент G , определяющий сигналы преобразователей, расположенных на значительных расстояниях от тела.

Многие из измеряемых образцов (сердечники трансформаторов, индукционных датчиков и феррозондов, магниты, ролики,

оси) представляют собой цилиндрический стержень (далее – цилиндр) длиной L , диаметром D из материала с магнитной восприимчивостью $\chi \gg 1$, находящийся при измерениях в однородном магнитном поле, направленном вдоль оси X цилиндра (см. рис. 17). Для воспроизводимости результатов измерений намагниченности таких объектов при разных методиках измерения необходимо знать соотношение между \bar{M} , G и M_0 у цилиндров разной относительной длины $\lambda = L/D$.

Для расчета \bar{M} и G надо знать распределение $M(\lambda, \chi, x)$ намагниченности вдоль цилиндра. Так как у большинства ферромагнитных материалов в состоянии, далеком от технического насыщения, $\chi \geq 100$, проанализируем формулы для описания $M(\lambda, \chi, x)$ в практически важном случае $\chi \gg 1$.

Анализ исследований [106, 109–115, 98, 117, 118, 177, 239, 240] этого распределения показал, что для цилиндров из материала с $\chi \gg 1$ достаточно ограничиться первыми тремя членами распределения (2.2) [110, 177]:

$$M(\lambda, \bar{x}) \approx M_0 \left[1 - C_1(\lambda) \bar{x}^2 - C_2(\lambda) \bar{x}^4 \right], \quad (5.44)$$

$$\text{при:} \quad C_1(\lambda) = 0,8C(\lambda), \quad C_2(\lambda) = 0,2C(\lambda), \quad (5.45)$$

$$\text{где} \quad C(\lambda) = 1 - 1,7/\lambda. \quad (5.46)$$

Распределение (5.44) при $C(\lambda)$, рассчитанном по (5.46), практически точно интерполирует распределение (2.3) для цилиндров из материала с $\chi \gg 1$ [110, 177].

Физический смысл параметра $C(\lambda)$ в (2.3) и (5.44) в том, что он определяется долей магнитных зарядов, сосредоточенных на боковой поверхности намагниченного цилиндра при $0 \leq \bar{x} \leq 1$. Величина $(1 - C(\lambda))$ определяется долей магнитных зарядов, сосредоточенных на торце цилиндра (при $\bar{x} = 1$) [117].

Но формула (5.46) предназначена для расчета $C(\lambda)$ цилиндров с $\lambda \geq 10$ [110, 177]. Расчет по (5.46) параметра $C(\lambda)$ более коротких цилиндров приводит к значениям, при которых (5.44) не описывает действительное распределение намагниченности. При $\lambda \leq 1,7$ формула (5.46) теряет смысл.

Разработаем физически верную формулу для расчета параметра $C(\lambda)$ в распределении (5.44) намагниченности вдоль цилиндрических стержней из материала с магнитной восприимчивостью $\chi \gg 1$ во всем диапазоне $0 \leq \lambda < \infty$ изменения их относительной длины λ . Проанализируем влияния λ цилиндра на связь средней намагниченности \bar{M} и дипольного момента G стержня с намагниченностью M_0 в его центральном сечении.

Для этого определим физически верный характер зависимости $C(\lambda)$ в распределении (5.44) намагниченности вдоль цилиндров любой относительной длины $0 \leq \lambda < \infty$. Воспользуемся представлением о том, что плотности магнитных зарядов на торце цилиндра и на его боковой поверхности при $\bar{x}=1$ равны. Это физическое представление можно записать уравнением:

$$\frac{1}{\pi D} \frac{dM(\bar{x}=1, \lambda)}{dx} = -\frac{4M(\bar{x}=1, \lambda)}{\pi D^2}. \quad (5.47)$$

Из (5.47) и (5.44), проведя преобразования, получим:

$$C(\lambda) = (1 + \xi/\lambda)^{-1}, \quad (5.48)$$

где $\xi = 1, 2$.

Для уточнения значения параметра ξ в (5.48) потребуем совпадения результатов расчета $C(\lambda)$ по (5.48) и (5.46) для цилиндров с $\lambda \geq 10$. Этому требованию удовлетворяет значение ξ в (5.48), равное $\xi = 1,7$ (рис. 79):

$$C(\lambda) = (1 + 1,7/\lambda)^{-1}. \quad (5.49)$$

С уменьшением λ цилиндров от $\lambda = 10$ до $\lambda = 0$ значение $C(\lambda)$, рассчитанное по (5.49), монотонно стремится к физически верному значению $C(\lambda) = 0$ (рис. 79). При $\lambda \geq 10$ значения параметра $C(\lambda)$, рассчитанные по (5.46) и (5.49), практически совпадают (рис. 79). Разница между ними при $\lambda = 10$ составляет 2,9% и становится меньше 1% при $\lambda \geq 17$. Поэтому распределение (5.44) намагниченности $M(\bar{x})$ вдоль цилиндра при $C(\lambda)$, рассчитанном по (5.49), описывает достоверные результаты [106, 109–115, 98, 117, 118, 177, 239, 240] измерений этого распределения у цилиндров из материала с $\chi \gg 1$ с погрешностью, не превышающей погрешностей экспериментов.

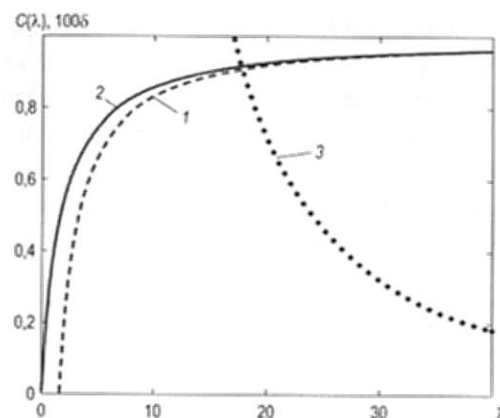


Рис. 79. Зависимость параметра $C(\lambda)$ распределения намагниченности вдоль цилиндра из материала с $\chi \gg 1$ от относительной длины λ цилиндра: 1 и 2 – расчет по (5.46) и (5.49); 3 – относительная разница δ между результатами расчета по (5.49) и (5.46)

Рассчитаем среднюю намагниченность $\bar{M}(\lambda)$ материала цилиндра:

$$\bar{M}(\lambda) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} M(x, \lambda) dx. \quad (5.50)$$

С учетом (5.44) и (5.45) из (5.50) получим:

$$\bar{M}(\lambda) \approx M_0 \int_0^1 [1 - 0,8C(\lambda)\bar{x}^2 - 0,2C(\lambda)\bar{x}^4] d\bar{x}. \quad (5.51)$$

Вычислив интеграл (5.51) получим:

$$\bar{M}(\lambda) \approx M_0 [1 - 23C(\lambda)/75]. \quad (5.52)$$

Из (5.52) и (5.49) получим для \bar{M} цилиндра:

$$\bar{M} \approx M_0 \frac{52\lambda + 127,5}{75\lambda + 127,5}. \quad (5.53)$$

На рис. 80 (кривая 1) приведена зависимость отношения \bar{M}/M_0 цилиндров от их λ . Анализ приведенной на рис. 80 зависимости и формулы (5.53) показал, что с увеличением λ цилиндров от 0 до ∞ отношение \bar{M}/M_0 монотонно уменьшается от 1 до $52/75 \approx 0,6933$.

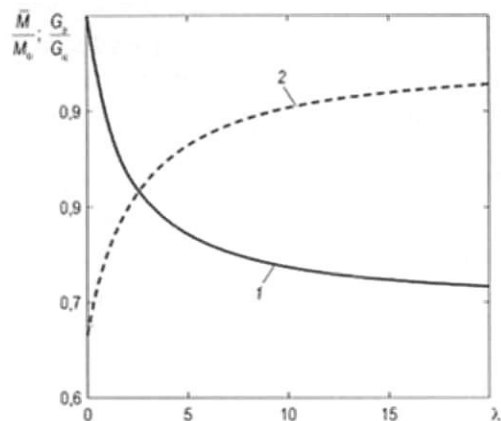


Рис. 80. Зависимость отношения \bar{M}/M_0 (1) цилиндров из материала с $\chi \gg 1$ и отношения G_3/G_{11} (2) дипольных моментов цилиндров и вписанных в них эллипсоидов вращения от их λ . Расчет по (5.53) и (5.55)

Отметим, что дипольный момент G_{11} цилиндра объемом V_{11} , вычисленный с использованием распределения (5.44) намагниченности вдоль цилиндра с учетом установленной в соответствии с (5.49) зависимостью $C(\lambda)$, для цилиндра с любой λ равен:

$$G_{11}(\lambda) = -V_{11}\bar{M}, \quad (5.54)$$

что соответствует физике намагниченного тела.

Полученный результат позволяет, например, сопоставить дипольный момент G_{11} цилиндра с дипольным моментом G_3 вписанного в него эллипсоида вращения, намагниченность M_0 которого однородна, а объем V_3 составляет 2/3 объема V_{11} цилиндра. С учетом (5.44) и (5.53) отношение G_3/G_{11} равно:

$$\frac{G_3}{G_{11}} \approx \frac{150\lambda + 255}{156\lambda + 382,5}. \quad (5.55)$$

На рис. 80 (кривая 2) приведена зависимость отношения G_3/G_{11} от λ цилиндров и вписанных в них эллипсоидов вращения. Анализ приведенной на рис. 80 зависимости и формулы (5.55) показал, что с увеличением λ от 0 до ∞ отношение G_3/G_{11} монотонно увеличивается от 2/3 до 25/26. Следовательно, намагниченный

цилиндр из материала с $\chi \gg 1$ при анализе создаваемого им магнитного поля в удаленных областях пространства может быть заменен вписанным в него эллипсоидом вращения, имеющим такую же намагниченность в центральном сечении. Поправочный коэффициент k при такой замене в зависимости от λ цилиндра может быть рассчитан с использованием формулы (5.55). Например, при выполнении условия $\lambda \gg 1$ значение k составит 1,04.

5.7. Особенности измерения намагниченности полых цилиндров индукционными преобразователями

При намагничивании полого цилиндра часть силовых линий магнитной индукции, пронизывающих материал его центрального сечения, замыкается через внутреннюю полость. Это приводит к заниженному результату измерения намагниченности полого цилиндра индукционным преобразователем даже при плотном его прилегании к наружной поверхности. Пренебрежение этим эффектом приводит к существенным методическим погрешностям. Проанализируем влияние размеров полого цилиндра на долю магнитного потока, замыкающегося через его внутреннюю полость.

Учитывая, что экспериментальное измерение величины магнитного потока, замыкающегося во внутреннюю полость полого цилиндра, представляется сложной технической задачей, исследование и анализ выполним теоретически на основании теоретически и экспериментально обоснованных выше представлений.

Физическая модель для расчета. Рассмотрим соосный с осью X полый цилиндр длиной L , наружным диаметром D и толщиной стенки τ (см. рис. 28). Размеры полого цилиндра будем характеризовать параметрами $\lambda = L/D$ и $h = 2\tau/D$. Радиальная ось Y ортогональна оси X и расположена в центральном сечении ($x = 0$) полого цилиндра. Однородное намагничивающее поле H_c направлено вдоль оси X .

Рассмотрим важный случай $\mu \gg 1$ возможного диапазона изменения магнитной проницаемости μ материала полого цилиндра. Он соответствует намагничиванию цилиндра в слабом поле H_c и формированию его остаточной намагниченности.

Не будем учитывать вклад в анализируемые магнитные потоки индукции намагничивающего поля H_e , так как она либо не влияет на сигнал индукционного преобразователя (при измерении остаточной намагниченности изделия, движении изделия через область со стационарным намагничивающим полем или вибрационном движении преобразователя в области однородного поля [157, 241]), либо это влияние (при перемагничивании неподвижного изделия переменным полем [242, 120]) компенсируют по результатам предварительного измерения в отсутствие изделия.

При расчете воспользуемся следующими аналитическими выражениями и физическими представлениями:

1. Формулой (3.2), рекомендованной для расчета центрального коэффициента N размагничивания полых цилиндров из материала с $\mu \gg 1$ при $0,2 \leq \lambda \leq 50$ и $0 \leq h \leq 1$.

2. Формулой (3.3) для «условного» коэффициента N' размагничивания, полученной для расчета размагничивающего поля на оси полого цилиндра.

3. Формулой, полученной в [44] для расчета остаточного магнитного потока Φ_d в центральном сечении ферромагнитного изделия:

$$\Phi_d = \mu_0 S M_d (1 - N), \quad (5.56)$$

где S – площадь сечения изделия, M_d – его остаточная намагниченность.

4. Представлениями об однородном распределении намагниченности в центральном сечении ферромагнитного тела, неразрывности тангенциальной составляющей поля на границе тела и формулами (B.10) и (B.5) для взаимосвязи внутреннего H_i и внешнего H_e поля ферромагнитного тела при намагничивании и взаимосвязи магнитной индукции B в материале с его намагниченностью M .

Исходя из этих представлений, по аналогии с (5.56) и (B.10), для магнитного потока Φ_+ , сосредоточенного в материале полого цилиндра в его центральном сечении, во введенных обозначениях получим:

$$\Phi_+ = 0,25\mu_0 M \pi D^2 (1 - N) h (2 - h). \quad (5.57)$$

Для напряженности размагничивающего поля H_1 в материале полого цилиндра в его центральном сечении и на границе внутренней полости на основании (B.9):

$$H_1 = -N'M. \quad (5.58)$$

Для напряженности размагничивающего поля H_0 на оси полого цилиндра в его центральном сечении:

$$H_0 = -N'M. \quad (5.59)$$

На основании результатов исследований [241, 243] распределение $H(y)$ размагничивающего поля вдоль оси Y в центральном сечении $x = 0$ полого цилиндра в пределах его внутренней полости примем параболическим:

$$H(y) = H_0 + [H_1 - H_0] y^2 / (0,5D - \tau)^2. \quad (5.60)$$

С учетом (5.58), (5.59) и (5.60), проведя интегрирование и алгебраические преобразования, для магнитного потока Φ_- , замыкающегося через внутреннюю полость полого цилиндра в его центральном сечении $x = 0$, получим:

$$\Phi_- = -0,125\mu_0 M \pi D^2 (1 - h)^2 (N' + N). \quad (5.61)$$

С учетом (3.57) и (3.61) доля F магнитного потока намагниченного полого цилиндра, замыкающегося через его внутреннюю полость, равна:

$$F = -\frac{\Phi_-}{\Phi_+} = \frac{(1 - h)^2 (N' + N)}{2h(2 - h)(1 - N)}. \quad (5.62)$$

Анализ полученных результатов и обсуждение. Формула (5.62) получена на основании общих физических представлений путем точных математических преобразований и включает в себя аналитические выражения, основанные на интерполяционных формулах (3.2) для центрального коэффициента размагничивания полых цилиндров разных размеров из материала с высокой магнитной проницаемостью. Выше показано, что формула (3.2) описывает все достоверные экспериментальные результаты с погрешностью, не превосходящей $\pm 2\%$ при $\lambda \leq 50$.

На рис. 81 представлены результаты расчета по (5.62) влияния соотношения размеров λ и h полого цилиндра из материала с $\mu \gg 1$ на долю F магнитного потока цилиндра, замыкающегося через его внутреннюю полость.

Результаты расчета показывают, что величина F возрастает с уменьшением относительной длины λ и толщины h стенки цилиндра. Для тонкостенного ($h \leq 0,1$) полого цилиндра доля маг-

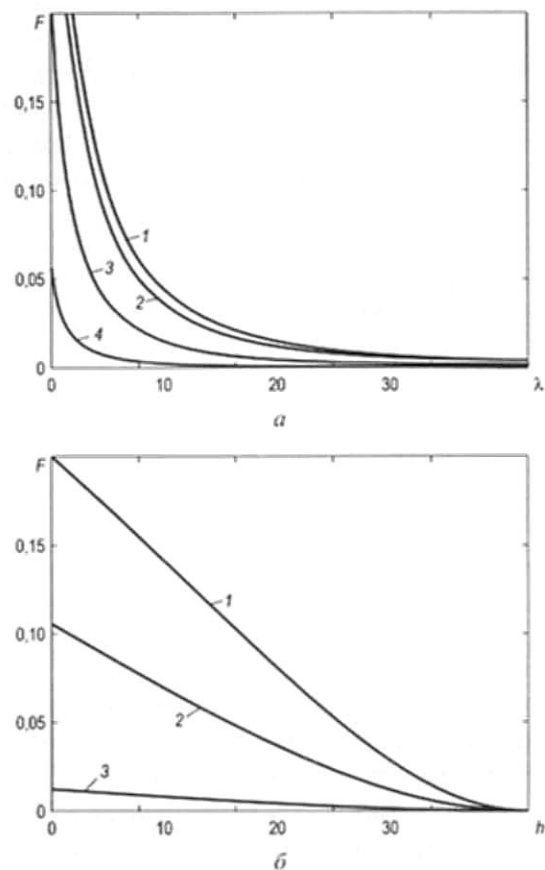


Рис. 81. Влияние λ (а) и h (б) полого цилиндра из материала с $\mu \gg 1$ на долю F магнитного потока, замыкающегося во внутренней полости цилиндра при $0,2 \leq \lambda \leq 10$ (а) и при $0 \leq h \leq 1$ (б) (расчет по (5.62)): а - 1-4 - соответственно для $h = 0,1; 0,2; 0,5; 0,8$; б - 1-3 - соответственно для $\lambda = 1,001; 2$ и 10

нитного потока, замыкающегося через его внутреннюю полость, изменяется от 1,2% при $\lambda = 10$ до 10% при $\lambda = 2$ и 17,6% при $\lambda = 1$. В такой степени будет преуменьшен результат измерения магнитного потока (и, в соответствии с (5.61), намагниченности) полого цилиндра при измерении проходным индукционным преобразователем. Такие вариации погрешности измерения намагниченности изделий в форме полого цилиндра с различным соотношением длины и толщины стенки должны учитываться при разработке средств измерения.

Хотя при выводе (5.62) использована формула (3.2), применение которой экспериментально обосновано для $\lambda \geq 0,2$, расчет по (5.62) доли F магнитного потока, замыкающегося через внутреннюю полость тонкостенного ($h \rightarrow 0$) полого цилиндра, при $\lambda \rightarrow 0$ приводит к значению $F = 0,5$. Это соответствует общепринятым физическим представлениям. Не существенным (вносящим в результат измерения погрешность менее 0,2%) эффект внутреннего замыкания силовых линий магнитной индукции для тонкостенного полого цилиндра становится при $\lambda \geq 30$. Для полого цилиндра с $h = 0,5$ - при $\lambda \geq 15$, с $h = 0,8$ - при $\lambda \geq 4,5$.

Необходимость учета методической погрешности измерения намагниченности полых цилиндров, обусловленной частичным замыканием силовых линий магнитной индукции через внутреннюю полость цилиндра, проиллюстрирована представленными на рис. 82 результатами анализа влияния относительных размеров полых цилиндров наружным диаметром 10 мм из стали 45 на расхождение σ в результатах измерения ($N_{из}$) и расчета ($N_{р}$) их центрального коэффициента размагничивания авторами [244]. Расчет σ проведен с использованием данных таблицы в [244] по формуле (2.7).

Представленные на рис. 82 зависимости показывают, что для длинных ($\lambda \geq 10$) и толстостенных ($h = 0,8$) полых цилиндров величина σ составляет от +17 до $\pm 7\%$ (кривые 3 на рис. 82 а, б). Это соответствует погрешности методики [148] расчета центрального коэффициента N размагничивания полых цилиндров из материала с высокой магнитной проницаемостью и случайной погрешности измерений на установке [120] (в диапазонах изменения напряженности намагничивающего поля ± 40 кА/м

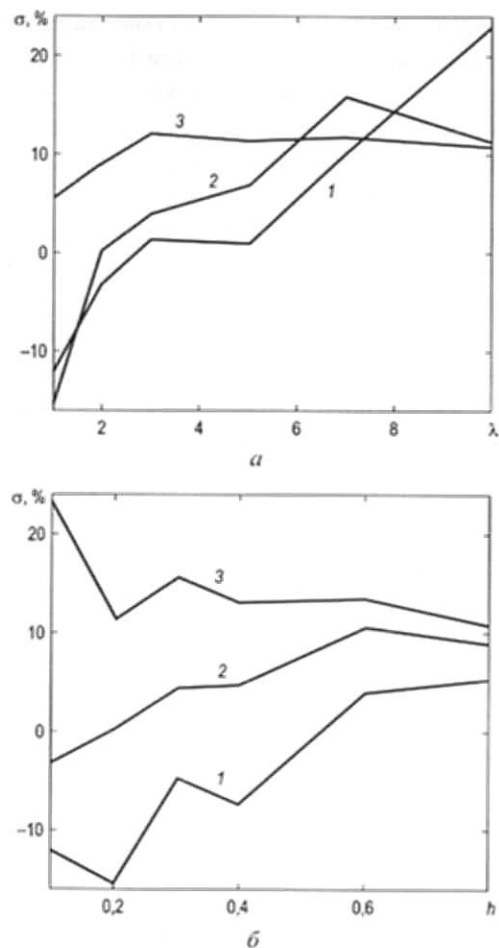


Рис. 82. Влияние λ (a – 1–3 – соответственно для $h = 0,1; 0,2$ и $0,8$) и h (b – 1–3 – соответственно для $\lambda = 1; 2$ и 10) полого цилиндра из стали 45 на отклонение σ результатов измерения по [244] его центрального коэффициента N размагничивания от результатов расчета N по методике [148] тех же авторов. Расчет по (2.7) с использованием данных таблицы в [244]

и индукции $\pm 2,5$ Тл установка аттестована с основной приведенной погрешностью измерения 2%). По мере уменьшения длины и толщины стенки образцов величина σ монотонно уменьшается (кривые 1, 2 на рис. 82 a, b). Для тонкостенных полых цилин-

дров с $\lambda = 1$ σ составляет от -8 до $\pm 7\%$. Снижение σ для некоторых образцов до приемлемых значений авторы [244, 148] ошибочно интерпретировали как возможность использования методики [148] расчета N полых цилиндров взамен рекомендованных в [37]. На самом деле относительное увеличение на $+25\%$ результата «экспериментального» измерения N по сравнению с «теоретическим» по [148] при уменьшении длины и толщины стенки экспериментальных образцов происходит по причине снижения результата измерения установкой [120] намагниченности M полого цилиндра по сравнению с его истинным значением. Это снижение вызвано увеличением доли магнитного потока, замыкающегося сквозь внутреннюю полость цилиндра (по результатам расчета, представленным на рис. 81, это увеличение для использованных в [148] образцов $\approx +17\%$) и сквозь промежуток между наружной поверхностью образцов диаметром 10 мм и неплотно прилегающим к ней преобразователем установки [120] с сечением измерительного канала 10×20 мм.

Результаты проведенных исследований особенностей измерения намагниченности полых цилиндров индукционными преобразователями заключаются в следующем:

1. Получена формула (5.62) для расчета влияния относительной длины λ и толщины h стенки полого цилиндра при высокой магнитной проницаемости его материала ($\mu \gg 1$) на долю F магнитного потока, замыкающегося через его внутреннюю полость. Установлено, что для тонкостенного ($h \leq 0,1$) полого цилиндра при $\mu \gg 1$ величина $F \approx 1,2\%$ при $\lambda = 10$, $F \approx 10\%$ при $\lambda = 2$ и $F \approx 17,6\%$ при $\lambda = 1$. Несущественным (вносящим в результат измерения погрешность менее 0,2%) эффект внутреннего замыкания силовых линий магнитной индукции для тонкостенного полого цилиндра становится при $\lambda \geq 30$, для полого цилиндра с $h = 0,5$ – при $\lambda \geq 15$, с $h = 0,8$ – при $\lambda \geq 4,5$.

2. Показано, что пренебрежение эффектом замыкания силовых линий магнитной индукции через внутреннюю полость полых цилиндров при магнитных измерениях привело к существенным методическим погрешностям, соответствующим результатам проведенного расчета.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поставленная перед монографией цель – обобщение физических принципов использования понятия «размагничивающий фактор» в расчетах процесса и результата намагничивания ферромагнитного тела, разработка рекомендаций по применению формул для расчета размагничивающего фактора изделий разной формы в разных условиях намагничивания – достигнута! У читателя впервые появилась возможность проследить всю логическую цепочку от классических расчетов размагничивающего фактора эллипсоидов к интерполяционным формулам для расчета коэффициентов размагничивания неоднородно намагничиваемых тел. Обоснованы и разработаны формулы для расчета размагничивающего фактора тел разной формы (сплошных и полых цилиндров, стержней разного профиля сечения) в разных условиях намагничивания (продольное и поперечное). Показана эффективность их использования при решении задач магнитного структурного анализа и магнитных измерений. Установлены значения внутреннего размагничивающего фактора чугунов в области их максимальной магнитной проницаемости и при формировании остаточной намагниченности. Установлены ограничения использования результатов измерения магнитных параметров образцов в открытой магнитной цепи для определения магнитных свойств материалов. Обращено внимание читателя на последствия типичных ошибок исследователей, пренебрегших размагничивающим фактором тела или неправильно использовавших это понятие.

Перед читателем впервые предстал полный анализ современного состояния принципов и результатов использования по-

нятия «размагничивающий фактор» в расчетах намагничивания ферромагнитного тела. Причем включенные в книгу результаты с точки зрения практики являются окончательными – они не могут быть «уточнены» дальнейшими исследованиями. Их надо просто использовать в работе. Поэтому несомненна польза книги для научных сотрудников, исследователей и инженеров, занимающихся магнитными измерениями, магнитной дефектоскопией и магнитным структурным анализом, разработкой и применением электротехнических устройств.

Но что дальше? Остались ли нерешенные вопросы? И ответ опять – да!

В первую очередь – и это уже рядом – установление соотношения между баллистическим, местным, дроссельным и магнитометрическим коэффициентами размагничивания ферромагнитного тела. Второе – важный для практики расчет и анализ размагничивающего фактора локально намагничиваемого объекта – листа, прутка, участка детали. Третье – расчет внутреннего размагничивающего фактора чугунов и пористых материалов на всех участках кривой намагничивания и петли гистерезиса. Четвертое...

Но это – уже совсем другая история. И ее начало положено этой книгой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Блох, Ф. Молекулярная теория магнетизма / Ф. Блох; пер. с нем.; под ред. проф. Л. В. Розенкевича. – Харьков; Киев: ДНТВУ, 1934. – 110 с.
2. Бозорт, Р. М. Современное состояние теории ферромагнетизма / Р. М. Бозорт // Успехи физических наук. – 1936. – Т. 16, № 8. – С. 1044–1069.
3. Акулов Н. С. Ферромагнетизм / Н. С. Акулов. – М.; Л: Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1939. – 188 с.
4. Вонсовский, С. В. Ферромагнетизм / С. В. Вонсовский, Я. С. Шур. – М.; Л.: ОГИЗ, 1948. – 816 с.
5. Бозорт, Р. Ферромагнетизм / Р. Бозорт. – М.: Изд. иностр. лит., 1956. – 784 с.
6. Киренский, Л. В. Ферромагнетизм и его применение / Л. В. Киренский. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Учпедгиз, 1957. – 104 с.
7. Киренский, Л. В. Магнетизм / Л. В. Киренский. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Наука, 1967. – 196 с.
8. Вонсовский, С. В. Магнетизм / С. В. Вонсовский. – М.: Наука, изд-во физ.-мат. лит., 1971. – 1032 с.
9. Криччик, Г. С. Физика магнитных явлений / Г. С. Криччик. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1976. – 367 с.
10. Кондорский, Е. И. Зонная теория магнетизма / Е. И. Кондорский. – М.: МГУ, 1976. – Ч. 1. – 136 с.
11. Тикадзуми, С. Физика ферромагнетизма: магнитные характеристики и практические применения / С. Тикадзуми. – М.: Мир, 1987. – 419 с.
12. Jiles, D. Introduction to Magnetism and Magnetic Materials / D. Jiles. – London: Chapman & Hall, 1989. – 440 p.
13. Бессонов, Л. А. Электрические цепи со сталью / Л. А. Бессонов. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1948. – 344 с.
14. Городецкий, П. Г. Обзор аналитических выражений кривых намагничивания и гистерезисных петель / П. Г. Городецкий. – Киев: Киев. высш. инженери. радиотехн. училище войск ПВО страны, 1956. – 59 с.
15. Розенблат, М. А. Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники / М. А. Розенблат. – М.: Наука, 1966. – 720 с.
16. Зацепин, Н. Н. Аналитическая функция, описывающая ход симметричной петли магнитного гистерезиса / Н. Н. Зацепин // Весці АН БССР. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 1973. – № 4. – С. 29–31.
17. Саркисов, С. Д. Построение предельной петли гистерезиса по параметрам B_s, B_r, H_c магнетика / С. Д. Саркисов, Р. К. Шмидт // Изв. АН Латвийской ССР. Сер. физ. и техн. наук. – 1982. – № 4. – С. 94–99.
18. Пономарев, Ю. Ф. Гармонический анализ намагниченности ферромагнетиков, перемагничиваемых переменным полем с учетом магнитного гистерезиса. I. Способ описания петель магнитного гистерезиса / Ю. Ф. Пономарев // Дефектоскопия. – 1985. – № 8. – С. 61–67.
19. Мельгуй, М. А. Формулы для описания нелинейных и гистерезисных свойств ферромагнетиков / М. А. Мельгуй // Дефектоскопия. – 1987. – № 11. – С. 3–10.
20. Ivanyi, A. Hysteresis models in elektromagnetie computation / A. Ivanyi. – Budapest: Akademiai Kiado, 1997. – 229 p.
21. Сандомирский, С. Г. Расчет кривой намагничивания и частных петель гистерезиса конструкционных ферромагнитных материалов по основным магнитным параметрам / С. Г. Сандомирский // Электричество. – 2010. – № 1. – С. 61–64.
22. Аркадьев, В. К. Электромагнитные процессы в металлах / В. К. Аркадьев. – М.; Л.: ОНТИ, 1934. – Ч. 1. – 230 с.
23. Янус, Р. И. Магнитная дефектоскопия / Р. И. Янус. – М.; Л.: Гостехиздат, 1946. – 171 с.
24. Кифер, И. И. Испытания ферромагнитных материалов / И. И. Кифер. – М.; Л.: ГЭИ, 1962. – 544 с.
25. Maxwell, J. C. A Treatise on Electricity and magnetism / J. C. Maxwell. – Oxford: The Clarendon Press, 1881. – 2nd ed. – Vol. 2. – P. 66–70.
26. Максвелл, Дж. К. Трактат об электричестве и магнетизме: в 2 т. / Дж. К. Максвелл. – М.: Наука, 1989. – Т. 2. – 437 с.
27. Аркадьев, В. К. Магнитные коэффициенты формы вещества и тела / В. К. Аркадьев // Журн. Русского физ.-хим. об-ва. – 1914. – Т. 46: Физический отдел. – Вып. 1. – С. 22–42.
28. Физическая энциклопедия: в 5 т. / гл. ред. А. М. Прохоров. – М.: Сов. энцикл., 1988.
29. Stoner, E. C. The demagnetizing factors for ellipsoids / E. C. Stoner // Phil. Mag. Ser. 7. – 1945. – Vol. 36, № 263. – P. 803–821.
30. Osborn, J. A. Demagnetizing factors of the general ellipsoid / J. A. Osborn // Phys. Rev. – 1945. – Vol. 67, № 11–12. – P. 351–357.
31. Мельгуй, М. А. Распределение остаточной индукции в продольно намагниченных стальных стержнях / М. А. Мельгуй, С. Г. Сандомирский // Дефектоскопия. – 1985. – № 3. – С. 25–30.
32. Сандомирский, С. Г. Моделирование пространственного распределения поля остаточной намагниченности продольно намагниченного стального цилиндра / С. Г. Сандомирский, М. А. Мельгуй // Дефектоскопия. – 1987. – № 6. – С. 93.
33. Сандомирский, С. Г. Продольное распределение остаточной намагниченности и размагничивающего поля в стальных стержнях / С. Г. Сандомирский // Дефектоскопия. – 1992. – № 4. – С. 75–82.

34. Сандомирский, С. Г. Экспериментальное исследование распределения остаточной индукции в перемагниченном стальном цилиндре / С. Г. Сандомирский // Дефектоскопия. – 1995. – № 7. – С. 68–74.

35. Аналитическое описание предельной петли гистерезиса ферромагнитного тела / С. Г. Сандомирский [и др.] // Дефектоскопия. – 1996. – № 7. – С. 17–24.

36. Горбаш, В. Г. Коэффициент размагничивания полых ферромагнитных стержней / В. Г. Горбаш, С. Г. Сандомирский, М. Н. Делендик // Техн. диагностика и неразрушающий контроль. – 1999. – № 2. – С. 9–15.

37. Сандомирский, С. Г. Рекомендации по применению в технических расчетах формул для центрального коэффициента размагничивания сплошных и полых цилиндров, стержней и пластин из материала с высокой магнитной проницаемостью (обзор) / С. Г. Сандомирский // Техн. диагностика и неразрушающий контроль. – 2008. – № 3. – С. 38–46.

38. Сандомирский, С. Г. Анализ формул для расчета центрального коэффициента размагничивания полых цилиндров из материала с высокой магнитной проницаемостью при намагничивании ортогонально образующей / С. Г. Сандомирский // Электротехника. – 2008. – № 3. – С. 45–51.

39. Сандомирский, С. Г. Расчет коротких полых цилиндров при намагничивании параллельно образующей / С. Г. Сандомирский // Электротехника. – 2009. – № 2. – С. 52–55.

40. Сандомирский, С. Г. Оценка максимальной магнитной проницаемости чугунов по коэрцитивной силе / С. Г. Сандомирский // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2012. – Т. 78, № 12. – С. 39–44.

41. Сандомирский, С. Г. Оценка внутреннего коэффициента размагничивания чугунов по результатам измерения их остаточной намагниченности / С. Г. Сандомирский // Металлы. – 2013. – № 3. – С. 88–94.

42. Сандомирский, С. Г. Анализ погрешности расчета размагничивающего фактора цилиндра по классическим формулам / С. Г. Сандомирский // Электротехника. – 2013. – № 7. – С. 27–32.

43. Сандомирский, С. Г. Анализ чувствительности центрального коэффициента размагничивания цилиндрического стержня к магнитной восприимчивости его материала / С. Г. Сандомирский // Электричество. – 2015. – № 2. – С. 31–39.

44. Сандомирский, С. Г. Чувствительность остаточной намагниченности ферромагнитных изделий к магнитным характеристикам их материалов и геометрическим параметрам / С. Г. Сандомирский // Дефектоскопия. – 1990. – № 12. – С. 53–59.

45. Сандомирский, С. Г. Анализ метода контроля движущихся ферромагнитных изделий по коэрцитивной силе / С. Г. Сандомирский // Дефектоскопия. – 1991. – № 6. – С. 27–34.

46. Сандомирский, С. Г. Выбор величины намагничивающего поля при магнитоструктурном анализе ферромагнитных изделий / С. Г. Сандомирский // Дефектоскопия. – 1991. – № 7. – С. 42–48.

47. Сандомирский, С. Г. Остаточная намагниченность ферромагнитного тела, намагниченного в разомкнутой магнитной цепи / С. Г. Сандомирский // Дефектоскопия. – 1997. – № 8. – С. 50–59.

48. Сандомирский, С. Г. Изменение чувствительности магнитного метода контроля физико-механических свойств сталей при намагничивании изделий в разомкнутой магнитной цепи (ограничения возможностей метода) / С. Г. Сандомирский // Дефектоскопия. – 1998. – № 7. – С. 72–81.

49. Сандомирский, С. Г. Анализ влияния магнитных параметров и размеров однородно намагничиваемых тел на коэрцитивную силу по индукции / С. Г. Сандомирский // Дефектоскопия. – 2001. – № 11. – С. 73–77.

50. Сандомирский, С. Г. Исследование намагничивания изделий неоднородного сечения для магнитного контроля физико-механических свойств / С. Г. Сандомирский // Техн. диагностика и неразрушающий контроль. – 2009. – № 2. – С. 25–29.

51. Сандомирский, С. Г. Анализ особенностей измерения намагниченности полых цилиндров с использованием индукционного преобразователя / С. Г. Сандомирский // Измерительная техника. – 2009. – № 4. – С. 47–50.

52. Сандомирский, С. Г. Анализ возможности измерения остаточной намагниченности ферромагнитного материала в открытой магнитной цепи / С. Г. Сандомирский // Метрология. – 2010. – № 3. – С. 33–41.

53. Сандомирский, С. Г. Анализ погрешности измерения магнитной проницаемости ферромагнитного материала в открытой магнитной цепи / С. Г. Сандомирский // Измерительная техника. – 2010. – № 9. – С. 57–61.

54. Сандомирский, С. Г. Расчет релаксационной коэрцитивной силы ферромагнитного тела / С. Г. Сандомирский // Электротехника. – 2011. – № 2. – С. 58–62.

55. Сандомирский, С. Г. Оценка остаточной намагниченности стальных изделий с малым размагничивающим фактором по коэрцитивной силе / С. Г. Сандомирский // Электротехника. – 2011. – № 12. – С. 47–51.

56. Сандомирский, С. Г. Анализ структурной и фазовой чувствительности релаксационной коэрцитивной силы ферромагнитного тела / С. Г. Сандомирский // Контроль. Диагностика. – 2011. – № 9. – С. 19–24.

57. Сандомирский, С. Г. Расчет максимальной магнитной проницаемости ферромагнитного тела по его размагничивающему фактору и параметрам предельной петли гистерезиса / С. Г. Сандомирский // Электротехника. – 2013. – № 3. – С. 49–54.

58. Магнитные измерения / Е. Т. Чернышев [и др.]. – М.: Изд. Стандартов, 1969. – 248 с.

59. Чечерников, В. И. Магнитные измерения / В. И. Чечерников. – М.: Изд. МГУ, 1969. – 388 с.

60. Селезнев, Ю. В. Магнитные измерения: учеб. пособие / Ю. В. Селезнев, Д. К. Пискунов. – Омск: ОмПИ, 1980. – 78 с.

61. Boll, R. Soft magnetic materials: fundamentals, alloys, properties, products, applications / R. Boll. – London: Heyden, 1978. – 353 p.

62. Зацепин, Н. Н. Неразрушающий контроль (избр. вопросы теории поля) / Н. Н. Зацепин. – Минск: Наука и техника, 1979. – 192 с.
63. Мельгуй, М. А. Магнитный контроль механических свойств сталей / М. А. Мельгуй. – Минск: Наука и техника, 1980. – 184 с.
64. Кузнецов, И. А. Магнитный структурный анализ: учеб. пособие / И. А. Кузнецов. – Свердловск: УрГУ, 1984. – 119 с.
65. Шелихов, Г. С. Магнитопорошковая дефектоскопия деталей и узлов / Г. С. Шелихов. – М.: НТЦ «Эксперт», 1995. – 224 с.
66. Абакумов, А. А. Магнитная интроскопия: учеб. пособие для вузов / А. А. Абакумов. – М.: Энергоатомиздат, 1996. – 272 с.
67. Халилеев, П. А. Основные понятия электродинамики сплошных сред: метод. заметки / П. А. Халилеев. – Свердловск: УрО АН СССР, 1989. – 226 с.
68. Михеев, М. Н. Магнитные методы структурного анализа и неразрушающего контроля / М. Н. Михеев, Э. С. Горкунов. – М.: Наука, 1993. – 252 с.
69. Щербинин, В. Е. Магнитный контроль качества металлов / В. Е. Щербинин, Э. С. Горкунов. – Екатеринбург: УрО РАН, 1996. – 264 с.
70. Горкунов, Э. С. Магнитные методы и приборы контроля качества изделий порошковой металлургии / Э. С. Горкунов, А. И. Ульянов. – Екатеринбург: УрО РАН, 1996. – 205 с.
71. Бида, Г. В. Магнитный контроль механических свойств проката / Г. В. Бида, Э. С. Горкунов, В. М. Шевкин. – Екатеринбург: УрО РАН, 2002. – 252 с.
72. Неразрушающий контроль: справочник: в 8 т. / под общ. ред. В. В. Клюева. – Т. 6: в 3 кн. – Кн. 1: Магнитные методы контроля / В. В. Клюев [и др.]. – М.: Машиностроение, 2006. – 848 с.
73. Бида, Г. В. Магнитные свойства термоупрочненных сталей и неразрушающий контроль их качества / Г. В. Бида. – М.: Маршрут, 2006. – 304 с.
74. Кадочников, А. И. Динамические петли магнитного гистерезиса / А. И. Кадочников. – Екатеринбург: ООО «Чаронд», 2007. – 287 с.
75. Бакунов, А. С. Магнитный контроль: учеб. пособие / А. С. Бакунов, Э. С. Горкунов, В. Е. Щербинин; под ред. акад. РАН В. В. Клюева. – М.: Изд. дом «Спектр», 2011. – 192 с.
76. Арнольд, Р. Р. Расчет и проектирование магнитных систем с постоянными магнитами / Р. Р. Арнольд. – М.: Энергия, 1969. – 93 с.
77. Курбатов, П. А. Численный расчет электромагнитных полей / П. А. Курбатов, С. А. Аринчин. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 168 с.
78. Буль, О. Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Магнитные цепи, поля и программа FEMM / О. Б. Буль. – М.: Академия, 2005. – 336 с.
79. Физический энциклопедический словарь / гл. ред. А. М. Прохоров. – М.: Сов. энцикл., 1984. – 984 с.
80. Янус, Р. И. Размагничивающий фактор / Р. И. Янус // Физическая энциклопедия: в 5 т. – М.: Сов. энцикл. / гл. ред. А. М. Прохоров. – 1988. – Т. 4. – С. 320–321.
81. Физический энциклопедический словарь: в 5 т. / гл. ред. Б. А. Введенский. – М.: Сов. энцикл. – Т. 3. – 1963. – 624 с.; – Т. 4. – 1965. – 592 с.
82. Яворский, В. М. Справочник по физике / В. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М.: Наука, 1973. – 942 с.
83. Материалы магнитные. Термины и определения: ГОСТ 19693–74. – Введ. 01.07.75. – М.: Изд-во стандартов, 1974. – 32 с.
84. Кифер, И. И. Размагничивающий фактор / И. И. Кифер // Большая Сов. энцикл. – М.: Сов. энцикл., 1975. – Т. 21. – С. 420.
85. Материалы магнитомягкие. Методика выполнения измерений при определении статических магнитных характеристик: ГОСТ 8.377–80. – Введ. 28.03.80. – М.: Изд-во стандартов, 1986. – 21 с.
86. Антонов, В. Г. Способы экспериментального определения коэффициентов размагничивания стержней / В. Г. Антонов, Е. Н. Чечурина // Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области магнитных измерений. – Вып. 152 (212). – Л., 1974. – С. 120–129.
87. Würschmidt, J. Magnetische Anfangspermeabilität, scheinbare Remanenz und Verhalten bei Erschütterungen / J. Würschmidt // Zeitschrift für Physik. – 1923. – Vol. XII, Is. 1. – S. 128–164.
88. Würschmidt, J. Die Entmagnetisierungsfaktoren kreiszylindrischen Stäbe / J. Würschmidt // Zeitschrift für Physik. – 1923. – Vol. XIX, Is. 1. – S. 388–397.
89. Lange, H. Entmagnetisierungsfaktor und ideale Induktionskurve verschiedener Probenformen / H. Lange // Zeitschrift für techn. Physik. – 1930. – № 11. – S. 260–268.
90. Будрин, С. П. Определение коэффициентов размагничивания при помощи идеальной кривой намагничивания / С. П. Будрин // Труды ВНИИМС. – 1933. – Вып. 4 (20). – С. 59–73.
91. Яновский, Б. М. Идеальная кривая намагничивания как результат обычных гистерезисных циклов / Б. М. Яновский // Временник Главной Палаты мер и весов. – 1929. – Вып. 3 (15). – С. 213–223.
92. Чернышев, Е. Т. Определение коэффициента размагничивания полюсовых образцов / Е. Т. Чернышев, Н. И. Спиридович // Труды ВНИИМ. – 1940. – Вып. 1 (43).
93. Чернышев, Е. Т. Коэффициент размагничивания и методы его определения / Е. Т. Чернышев, Н. Г. Чернышева // Энциклопедия измерений, контроля и автоматизации. – 1965. – Вып. 5. – С. 19–22.
94. Dussler, E. Experimentelle Methode zur Bestimmung des ballistischen Entmagnetisierungsfaktor / E. Dussler // Zeitschrift für Physik. – 1927. – Vol. 44, Is. 4–5. – S. 286–291.
95. Dussler, E. Eine experimentelle Methode zur Bestimmung des ballistischen Entmagnetisierungsfaktor / E. Dussler // Ann. d. Phys. – 1928. – Vol. 86, № 9. – S. 66–94.
96. Warmuth, K. Die Bestimmung des ballistischen Entmagnetisierungsfaktors mit dem magnetischen Spannungsmesser an stäben von quadratischem Querschnitt / K. Warmuth // Archiv für Elektrotechnik. – 1936. – Vol. 30, Is. 12. – S. 761–779.
97. Dietz, G. Ein ferromagnetischer Stäb in homogenen Magnetfeld / G. Dietz, R. Meingast // Z. F. Ang. Physik. – 1971. – Bd. 31, Heft 1. – S. 77–82.

98. Трусов, Н. К. К вопросу измерений напряженности размагничивающего поля ферромагнитных цилиндров / Н. К. Трусов // Вестн. АН БССР. Сер. физ.-техн. наук. – 1983. – № 1. – С. 77–83.

99. Трусов, Н. К. Использование граничных условий магнитостатики при магнитных испытаниях материалов в разомкнутой магнитной цепи / Н. К. Трусов // Вестн. АН БССР. Сер. физ.-техн. наук. – 1984. – № 2. – С. 91–96.

100. Веденеев, М. А. Об измерении коэрцитивной силы накладным датчиком / М. А. Веденеев, В. И. Дрожжина // Дефектоскопия. – 1977. – № 5. – С. 65–73.

101. Веденеев, М. А. Измеритель тангенциальной составляющей постоянного магнитного поля на поверхности образцов / М. А. Веденеев // Дефектоскопия. – 1982. – № 2. – С. 89–92.

102. Способ определения коэффициента размагничивания ферромагнитных цилиндров: а. с. СССР № 1195313, МКИ G01 / R 33/12 / Н. К. Трусов; Ин-т прикладной физики АН БССР. – № 3741474; заявл. 18.01.84; опубл. 30.11.85 // Открытия. Изобрет. – 1985. – № 44. – С. 212.

103. Экспериментальный способ определения кривых сдвига в центральном сечении ферромагнитных цилиндров из конструкционных сталей / Н. К. Трусов [и др.] // Дефектоскопия. – 1987. – № 7. – С. 32–38.

104. Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1977. – 832 с.

105. Матюк, В. Ф. Некоторые замечания о центральном размагничивающем факторе тел разной формы. I. Коэффициент размагничивания эллипсоидов и цилиндров / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов // Дефектоскопия. – 1999. – № 7. – С. 41–49.

106. Витол, В. Г. О размагничивающем факторе и неопределяющих коэффициентах подобия намагничивания цилиндров / В. Г. Витол // Труды Ин-та физики АН Латвийской ССР. – Т. VII. – 1954. – С. 45–68.

107. Табачинский, В. Ф. Расчет коэффициентов размагничивания для цилиндрических постоянных магнитов по методу векторных потенциалов / В. Ф. Табачинский // Сб. Ленинград. ордена Ленина Ин-та инженеров железнодорожного транспорта им. акад. В. Н. Образцова. – М.: ВИПО МПС, 1960. – Вып. 169: Автоматика, телемеханика и связь. – С. 93–103.

108. Moskowitz, R. Tabulation of Magnetometric Demagnetization Factors for Regular Polygonal Cylinders / R. Moskowitz, E. Della Torre, R. M. M. Chen // Proceeding of the IEEE. – 1966. – Vol. 54, № 9. – P. 1211–1212.

109. Wurschmidt J. Theorie des Entmagnetisierungsfaktor und der Scherung von Magnetisierungskurven / J. Wurschmidt. – Sammlung Vieweg; Braunschweig, 1925.

110. Бурцев, Г. А. Расчет коэффициента размагничивания цилиндрических стержней / Г. А. Бурцев // Дефектоскопия. – 1971. – № 5. – С. 20–30.

111. Stablein, F. Über den Entmagnetisierungsfaktor zylindrischen Stäbe / F. Stablein, H. Schlechtweg // Zeitschrift für Physik. – 1935. – Vol. 35, Is. 9–10. – S. 630–646.

112. Антонов, В. Г. Коэффициенты размагничивания стержней на основной кривой намагничивания / В. Г. Антонов // Труды метрологических институ-

тута СССР. – 1978. – Вып. 215 (278): Исследования в области магнитных измерений. – С. 63–67.

113. Кирко, И. М. Физическое подобие и аналогия намагничивания ферромагнитных тел / И. М. Кирко. – Рига: Изд-во АН Латвийской ССР, 1955. – 121 с.

114. Розенблат, М. А. Коэффициенты размагничивания стержней высокой проницаемости / М. А. Розенблат // Журн. техн. физики. – 1954. – Т. XXIV, вып. 4. – С. 637–661.

115. Гринберг, Г. К. Критерии подобия внешних полей для сплошных и полых ферромагнитных цилиндров / Г. К. Гринберг // Межвуз. науч. конф. по применению физ. и мат. моделирования. Секция физ. моделирования. Доклад Ф – 19. М.: Тип. МЭИ, 1959. – 11 с.

116. Зацепин, Н. Н. Распределение намагниченности в поликристаллическом ферромагнетике с большим размагничивающим фактором / Н. Н. Зацепин, Н. О. Гусак, А. В. Чернышев // Дефектоскопия. – 1980. – № 2. – С. 16–22.

117. Гринберг, Г. К. Экспериментальная проверка теоретического распределения намагниченности вдоль цилиндра / Г. К. Гринберг // Изв. АН Латвийской ССР. – 1959. – № 9 (146). – С. 85–89.

118. Гринберг, Г. К. Намагничивание цилиндров в слабых постоянных полях: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук / Г. К. Гринберг; Ин-т физики АН Латвийской ССР. – Рига, 1960. – 13 с.

119. Матюк, В. Ф. Распределение намагниченности вдоль цилиндрического стержня, находящегося в продольном постоянном магнитном поле / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов, А. В. Стрелюхин // Электротехника. – 2009. – № 8. – С. 37–46.

120. Матюк, В. Ф. Установа УИМХ для измерения магнитных характеристик магнитомягких материалов и изделий / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов // Дефектоскопия. – 2007. – № 3. – С. 12–25.

121. Schneider, W. Untersuchungen über Magnetisierungskurven und Vergrößerung der Empfindlichkeit des Scheringschen Deflektorenmagnetometers / W. Schneider // Zeitschr. f. Physik. – 1927. – Vol. 42, H.11/12. – P. 883–898.

122. Warmuth, K. Über den ballistischen Entmagnetisierungsfaktor zylindrischen Stäbe / K. Warmuth // Archiv Für Elektrotechnik. – 1954. – Vol. 41, № 5. – P. 242–257.

123. Сливинская, А. Г. Проницаемость формы цилиндров и призм / А. Г. Сливинская // Труды МЭИ. – 1956. – Вып. 16. – С. 67–81.

124. Меськин, В. С. Ферромагнитные сплавы / В. С. Меськин. – Л.; М.: ОНТИ, 1937. – 790 с.

125. Розенблат, М. А. Баллистический коэффициент размагничивания стержней прямоугольного сечения / М. А. Розенблат // Журн. техн. физики. – 1950. – Т. XX, вып. 9. – С. 1117–1120.

126. Яновский, Б. М. Земной магнетизм / Б. М. Яновский. – М.: ГИТТЛ, 1953. – С. 55.

127. Kneller, E. Ferromagnetismus / E. Kneller. – Verlag; Berlin: Springer, 1962. – P. 103.

128. Белевцев, А. Т. Постоянные магниты в приборостроении (обзор) / А. Т. Белевцев. – М.: ОНТИПРИБОР, 1966. – С. 135.

129. Зверев, В. С. К определению центрального коэффициента размагничивания цилиндрических стержней / В. С. Зверев, В. С. Катък // Дефектоскопия. – 1991. – № 1. – С. 40–43.

130. Матюк, В. Ф. Некоторые замечания о центральном размагничивающем факторе тел разной формы. II. Коэффициент размагничивания стержней прямоугольного сечения / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов // Дефектоскопия. – 2000. – № 1. – С. 37–44.

131. Матюк, В. Ф. Центральный коэффициент размагничивания цилиндров / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов // Докл. НАН Беларуси. – 2006. – Т. 50, № 1. – С. 107–109.

132. Гринберг, Г. К. Подобие внешних полей ферромагнитных трубок / Г. К. Гринберг // Труды Ин-та физики АН Латвийской ССР. – 1959. – Т. XI. – С. 31–40.

133. Антонов, В. Г. Расчет коэффициентов размагничивания цилиндрических стержней на основной кривой намагничивания / В. Г. Антонов, Т. Н. Малеревская, Н. В. Студенцов // Методы и средства точных магнитных измерений: сборник. – Л.: НПО ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1980. – С. 65–79.

134. Захаров, В. А. Коэффициенты размагничивания ферромагнитных стержней при намагничивании / В. А. Захаров, А. И. Улянов, А. А. Чулкина // Электричество. – 2001. – № 10. – С. 61–67.

135. Будрин, С. П. Определение баллистическим методом коэффициентов размагничивания цилиндрических стержней с плоскими и закругленными концами / С. П. Будрин // Вестн. Главной Палаты мер и весов. – 1930. – Вып. 4(16). – С. 61–69.

136. Коэффициенты размагничивания ферромагнитных стержней при насыщении магнетика / Э. С. Горкунов [и др.] // Дефектоскопия. – 2005. – № 2. – С. 23–32.

137. Расчет центральных коэффициентов намагничивания цилиндрических ферромагнитных стержней при насыщении магнетика / В. А. Захаров [и др.] // Изв. вузов. Физика. – 2005. – № 4. – С. 53–61.

138. Учет неколлинеарности векторов намагниченности при расчете магнитных полей в ферромагнитных цилиндрических стержнях / В. А. Захаров [и др.] // Изв. вузов. Физика. – 2005. – № 2. – С. 63–69.

139. Матюк, В. Ф. Численное моделирование магнитного состояния магнетика в неоднородном постоянном поле методом пространственных интегральных уравнений. II. Ферромагнитный диск в поле накладного соленоида / В. Ф. Матюк, В. Р. Чурило, А. В. Стрелюхин // Дефектоскопия. – 2003. – № 12. – С. 59–66.

140. Матюк, В. Ф. Численное моделирование поля остаточной намагниченности плоского ферромагнитного диска при его импульсном намагничивании / В. Ф. Матюк, В. Р. Чурило, А. В. Стрелюхин // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 1999. – № 4. – С. 66–72.

141. Гальченко, В. Я. Математическое моделирование процессов намагничивания ферромагнитных объектов контроля с произвольной геометрией в по-

лях заданной пространственной конфигурации / В. Я. Гальченко, Д. Л. Остапенко, М. А. Воробьев // Дефектоскопия. – 2008. – № 9. – С. 3–18.

142. Joseph, R. I. Ballistic Demagnetizing factor in uniformly magnetized Cylinders / R. I. Joseph // J. Appl. Phys. – 1966. – Vol. 37, № 18. – P. 4639.

143. Сандомирский, С. Г. Анализ структурной и фазовой чувствительности релаксационной намагниченности сталей / С. Г. Сандомирский // Металлы. – 2011. – № 2. – С. 92–96.

144. Sondheimer, E. H. / E. H. Sondheimer // Proc. Cambridge Phil. Soc. – 1947. – Vol. 43, Is. 2. – P. 254–261.

145. Сандомирский, С. Г. Анализ условий намагничивания в разомкнутой магнитной цепи промышленных изделий в форме полых цилиндров из материала с высокой магнитной проницаемостью / С. Г. Сандомирский // Материалы III Российской науч.-техн. конф. «Разрушение, контроль и диагностика материалов и конструкций» [Электронный ресурс]. – Екатеринбург: ИМАШ УрО РАН, 2007. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Тез. конф. – С. 146.

146. Мизюк, Л. Я. К расчету коэффициентов размагничивания пустотелых цилиндрических сердечников / Л. Я. Мизюк, В. А. Ничога // Геофизическая аппаратура. – Л.: Недра, 1965. – Вып. 25. – С. 70–98.

147. Мизюк, Л. Я. Аналитические выражения для расчета коэффициентов размагничивания стержневых сердечников / Л. Я. Мизюк, В. А. Ничога // Электричество. – 1967. – № 7. – С. 73–74.

148. Матюк, В. Ф. Центральный коэффициент размагничивания полых цилиндрических стержней из материала с высокой магнитной проницаемостью / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов, А. В. Стрелюхин // Дефектоскопия. – 2007. – № 3. – С. 26–36.

149. Okoshi, T. Demagnetizing Factors of Rods and Tubes Computed from Analog Measurements / T. Okoshi // J. Appl. Physics. – 1965. – Vol. 36, № 8. – P. 2382–2387.

150. Афанасьев, Ю. В. К расчету проницаемости формы сердечников феррозондов / Ю. В. Афанасьев, В. Н. Горобей // Исследования в области магнитных измерений: сборник. – Л.: Энергия, 1975; Труды Метрологических институтов СССР. – Вып. 180 (240). – С. 55–62.

151. Беркман, Р. Я. Особенности расчета феррозондов с кольцевыми сердечниками / Р. Я. Беркман, Р. Е. Мартынюк-Лотоцкий, Ю. И. Спектор // Автоматический контроль и измерительная техника. – Киев: Наук. думка, 1964. – Вып. 8. – С. 95–99.

152. Афанасенко, М. П. Магнитные элементы с кольцевыми сердечниками во внешнем магнитном поле / М. П. Афанасенко, Р. Я. Беркман // Отбор и передача информации. – Киев: Наук. думка, 1971. – Вып. 27. – С. 93–98.

153. Gordon, D. I. Recent Advances in Fluxgate Magnetometry / D. I. Gordon, R. E. Brown // IEEE Trans. on Magn. – 1972. – Vol. Mag-8, № 1. – P. 76–83.

154. Мельников, И. В. К определению размагничивающего фактора колец подшипников / И. В. Мельников, Е. Н. Семенов // Дефектоскопия. – 1982. – № 7. – С. 76–81.

155. Преображенский, А. А. Расчет однослойных магнитных экранов с помощью коэффициентов размагничивания / А. А. Преображенский // Труды Пензенского индустриального ин-та. – Пенза, 1954. – Вып. 2. – С. 37–51.

156. Лангваген, Е. Н. Расчет магнитных экранов, подмагничиваемых переменным полем / Е. Н. Лангваген // Электромеханика. – 1969. – № 12. – С. 1306–1312.

157. Сандомирский, С. Г. Магнитный контроль физико-механических свойств изделий массового производства в движении (обзор) / С. Г. Сандомирский // Дефектоскопия. – 1996. – № 7. – С. 24–46.

158. Сандомирский, С. Г. Магнитный контроль структуры стальных и чугунных изделий. Современное состояние (обзор) / С. Г. Сандомирский // Литье и металлургия. – 2008. – № 2. – С. 33–42.

159. Сандомирский, С. Г. Современные возможности магнитного контроля структуры изделий (обзор) / С. Г. Сандомирский // В мире неразрушающего контроля. – 2009. – № 1. – С. 40–46.

160. Сандомирский, С. Г. Возможности и ограничения магнитного контроля структуры чугунных отливок (обзор) / С. Г. Сандомирский // Литье и металлургия. – 2006. – № 2(38), ч. 1. – С. 118–123.

161. Сандомирский, С. Г. Оптимизация геометрических размеров намагничивающей катушки средств магнитного контроля движущихся ферромагнитных изделий / С. Г. Сандомирский // Дефектоскопия. – 1989. – № 7. – С. 72–79.

162. Способ сортировки цилиндрических ферромагнитных изделий по их магнитным свойствам: пат. 12319 Респ. Беларусь, МПК (2006) G01N 27/72 / С. Г. Сандомирский; Государственное научное учреждение «Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси». – № а20070490; заявл. 02.05.07; опубл. 30.08.09 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2009. – № 4. – С. 150.

163. Бида, Г. В. Магнитные свойства термообработанных сталей / Г. В. Бида, А. П. Ничипурук. – Екатеринбург: УрО РАН, 2005. – 218 с.

164. Аркадьев, В. К. Избранные труды / В. К. Аркадьев. – М.: Изд-во АН СССР, 1961. – 320 с.

165. Forster, F. Theoretische und experimentelle Grundlagen der elektromagnetischen Qualitätssortierung von Stahlteilen. IV. Das Reast-feldverfahren / F. Forster // Zeitschrift für Metallkunde. – 1954. – В. 45, № 4. – Р. 233–238.

166. Манкевич, В. Н. Об определении величины релаксационной коэрцитивной силы и остаточной намагниченности в открытой магнитной цепи / В. Н. Манкевич // Весті АН БССР. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 1983. – № 2. – С. 100–104.

167. Трусов, Н. К. Взаимосвязь максимальной напряженности намагничивающего поля с параметрами предельной петли магнитного гистерезиса / Н. К. Трусов // Весті АН БССР. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 1984. – № 4. – С. 96–100.

168. Горкунов, Э. С. Устойчивость состояния остаточной намагниченности термически обработанных сталей к воздействиям магнитных, электриче-

ских полей и температуры / Э. С. Горкунов // Структурно-фазовые превращения в металлах. Проблемы прочности и пластичности: сборник. – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1987. – С. 111–129.

169. Мельгуй, М. А. Исследование возможности неразрушающего контроля изделий из стали 50РА / М. А. Мельгуй, Э. А. Шидловская, О. А. Воронов // Дефектоскопия. – 1980. – № 12. – С. 53–59.

170. Антонов, В. Г. Экспериментальное исследование гистерезиса размагничивающего поля ферромагнитных стержней // Проблемы повышения точности средств измерений магнитной индукции: сборник. – Л.: Энергоатомиздат, 1983. – С. 47–49.

171. Магнитные свойства хромистой стали ШХ15 после различной термической обработки / М. Н. Михеев [и др.] // Физика металлов и металловедение. – 1956. – № 5. – С. 549–555.

172. Магнитные и электрические свойства конструкционных и низколегированных сталей / Н. Я. Белов [и др.]. – Л.: Ленингр. Дом науч.-техн. пропаганды, 1969. – 36 с.

173. Михеев, М. Н. Магнитные и электрические свойства стали после различных видов термообработки / М. Н. Михеев, В. М. Морозова. – М.: ОНТИ по приборостроению ЦНИИКА, 1964. – 46 с.

174. Сандомирский, С. Г. О необходимости корректировки некоторых справочных данных о магнитных свойствах сталей / С. Г. Сандомирский // Сталь. – 2011. – № 5. – С. 78–82.

175. Шур, М. Л. К вопросу о формировании поля и индукции в ферромагнитных средах / М. Л. Шур, А. С. Шлеенков, В. Е. Щербинин // Дефектоскопия. – 1983. – № 10. – С. 11–18.

176. Способ измерения остаточного магнитного потока движущихся ферромагнитных цилиндрических изделий: а. с. СССР № 1486967, МКИ¹ G01 R 33/12 / С. Г. Сандомирский, М. А. Мельгуй; Ин-т прикладной физики АН СССР. – № 4273390; заявл. 05.06.87; опубл. 15.06.89 // Открытия. Изобрет. – 1989. – № 22. – С. 200.

177. Трусов, Н. К. Распределение остаточной намагниченности вдоль ферромагнитных цилиндров из магнитомягких материалов / Н. К. Трусов // Весті АН БССР. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 1985. – № 3. – С. 88–92.

178. Зацепин, Н. Н. Феррозондовые преобразователи с поперечным возбуждением / Н. Н. Зацепин, В. Г. Горбаш. – Минск: Наука и техника, 1988. – С. 57–59.

179. Бида, Г. В. Многопараметровые методы в магнитной структурокопии и неразрушающем контроле механических свойств сталей / Г. В. Бида, А. П. Ничипурук // Дефектоскопия. – 2007. – № 8. – С. 3–24.

180. Михеев, М. Н. Неразрушающий магнитный контроль закаленных и отпущенных изделий из низколегированных конструкционных и простых углеродистых сталей. I / М. Н. Михеев, Э. С. Горкунов, Ф. Н. Дунаев // Дефектоскопия. – 1977. – № 6. – С. 7–17.

181. Царькова, Т. П. Измерение релаксационной коэрцитивной силы и релаксационной магнитной индукции на образцах разомкнутой формы / Т. П. Царько-

- ва, Г. В. Бида, В. Н. Костин; Ин-т физики металлов УрО РАН. – Свердловск, 1987. – 14 с. – Деп. в ВИНТИ 02.10.1987, № 7483-B87.
182. Загидулин, Р. В. Расчет величины релаксационной коэрцитивной силы ферромагнитного материала / Р. В. Загидулин, В. Ф. Мужичкий // Контроль. Диагностика. – 2006. – № 3. – С. 14–16.
183. Морозова, В. М. Магнитные и электрические свойства сталей после различных термических обработок / В. М. Морозова, М. Н. Михеев // Труды Института физики металлов УФ АН СССР. – Свердловск, 1965. – Вып. 24. – С. 3–35.
184. Кузнецов, И. А. Магнитные, электрические и механические свойства высокохромистых сталей после различных термических обработок / И. А. Кузнецов, М. Н. Михеев // Физика металлов и металловедение. – 1959. – Т. 7, вып. 4. – С. 513–526.
185. Сандомирский, С. Г. Анализ диапазона изменения релаксационной коэрцитивной силы сталей / С. Г. Сандомирский // Сталь. – 2013. – № 2. – С. 47–51.
186. Апаев, Б. А. Фазовый магнитный анализ сплавов / Б. А. Апаев. – М.: Металлургия, 1973. – 280 с.
187. Способ контроля качества изделий из ферромагнитных материалов: а. с. СССР № 429329, М. кл. G01 n 27/80 / М. Н. Михеев, Э. С. Горкунов; Ин-т физики металлов УрО РАН. – № 1764612; заявл. 28.03.72; опубл. 25.05.74 // Открытия. Изобрет. – 1974. – № 19. – С. 131.
188. О магнитном методе контроля качества высокотемпературного отпуска конструкционных и простых углеродистых сталей / Т. П. Царькова [и др.] // Дефектоскопия. – 1981. – № 3. – С. 14–17.
189. Бида, Г. В. Магнитные характеристики тела – параметры неразрушающего контроля качества отпуска закаленных сталей (обзор) / Г. В. Бида // Дефектоскопия. – 2002. – № 6. – С. 19–33.
190. Испытания ферромагнитных материалов / Е. В. Комаров [и др.]; под ред. А. Я. Шихина. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 376 с.
191. Антонов, В. Г. Средства измерения магнитных параметров материалов / В. Г. Антонов, Л. М. Петров, А. П. Щелкин. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 216 с.
192. Магнитоизмерительный комплекс для магнитоструктурных исследований / Э. С. Горкунов [и др.] // Дефектоскопия. – 1999. – № 3. – С. 78–84.
193. Magnetic Measuring Techniques. Booklet / E. Steingroever, G. Ross. – Mode of access: www.magnet-physik.de. – Date of access: 25.04.2015.
194. Классы точности средств измерений: ГОСТ 8.401–80. – Введ. 01.07.81. – М.: Изд-во стандартов, 1980. – 11 с.
195. Сандомирский, С. Г. Структурная чувствительность максимальной магнитной проницаемости. Ч. 1: Статистический анализ связи максимальной магнитной проницаемости сталей с параметрами петли гистерезиса / С. Г. Сандомирский // Контроль. Диагностика. – 2013. – № 12 (186). – С. 33–38.
196. Исследование возможности магнитного контроля качества отжига холоднокатаных листовых сталей 08Ю и 10 КП / М. А. Мельгуй [и др.] // Не-

разрушающие методы и средства контроля и их применение в промышленности: материалы Первой белорус. респ. науч.-техн. конф., 12–14 сент. 1973 г. – Минск, 1973. – С. 91–97.

197. Неразрушающий контроль механических свойств сталей для глубокой штамповки / М. А. Мельгуй [и др.] // Сталь. – 1977. – № 2. – С. 167–170.

198. Мельгуй, М. А. Контроль механических свойств среднеуглеродистых листовых сталей в состоянии поставки / М. А. Мельгуй, Э. А. Шидловская, Т. В. Оленович // Дефектоскопия. – 1980. – № 5. – С. 60–64.

199. Неразрушающий магнитный контроль малоуглеродистой холоднокатаной полосы и ленты / М. А. Мельгуй [и др.] // Заводская лаборатория. – 1977. – № 5. – С. 581–583.

200. Гиришквич, Н. Г. Кристаллизация и свойства чугуна в отливках / Н. Г. Гиришквич. – М.; Л.: Машиностроение, 1966. – 562 с.

201. Горкунов, Э. С. Магнитные свойства и методы контроля структуры и прочностных характеристик чугунных изделий (обзор) / Э. С. Горкунов, В. М. Сомова, А. П. Ничипурук // Дефектоскопия. – 1994. – № 10. – С. 54–82.

202. Сандомирский С. Г. Возможности количественного контроля структурных параметров чугунных отливок магнитным методом / С. Г. Сандомирский // Металлургия машиностроения. – 2009. – № 2. – С. 28–34.

203. Меськин, В. С. Электротехнические чугуны / В. С. Меськин, Б. Е. Солин. – Л.; М.: ОНТИ НКТП Гос. науч.-техн. изд-во по черной металлургии, 1935. – С. 3–51.

204. Меськин, В. С. Промышленные магнитные сплавы / В. С. Меськин. – М.; Л.: Госмашметиздат, 1932. – 272 с.

205. Горкунов, Э. С. Внутренний коэффициент размагничивания пористых магнитных материалов / Э. С. Горкунов, А. И. Ульянов, В. А. Захаров // Дефектоскопия. – 1997. – № 9. – С. 19–27.

206. Петрова, Г. Н. Внутренний размагничивающий фактор / Г. Н. Петрова // Изв. АН СССР. Сер. Географическая и геофизическая. – 1949. – Т. XIII, № 4. – С. 363–368.

207. Forrer, R. Le champ demagnetisant structural des ferromagnetiques et sa determination experimentale / R. Forrer, J. Martak // Le Journal de physique et le radium. Serie VII. – 1931. – Vol. 2, № 6. – P. 199–204.

208. Петрова, Г. Н. Идеальное намагничивание как одна из причин высокого остаточного намагничивания горных пород / Г. Н. Петрова // Изв. АН СССР. Сер. Географическая и геофизическая. – 1948. – Т. XII, № 5. – С. 475–487.

209. Broz, J. The relation between the inner demagnetizing factor of manganese magnetism ferrites and the porosity and permeability / J. Broz, J. Sternberk // Czech. J. Phys. – 1960. – В. 10. – P. 670–673.

210. Блинов, И. Е. Внутренний размагничивающий фактор пористых изотропных ферромагнетиков / И. Е. Блинов // Изв. вузов. Физика. – 1970. – № 11. – С. 149–150.

211. Садиков, Б. А. Расчет магнитных свойств железоуглеродистых сплавов / Б. А. Садиков // Труды Моск. ин-та стали им. И. В. Сталина. Сборник

XVII: Физико-химические и механические свойства сталей и сплавов. — М.: НКАП СССР, 1940. — С. 101–117.

212. Казарновский, Л. Ш. К расчету магнитных свойств макронеодомогенных магнитно-твердых систем / Л. Ш. Казарновский // Журн. техн. физики. — 1952. — Т. XXII, вып. 3. — С. 537–541.

213. Абельс, В. Р. Внутренний размагничивающий фактор и коэффициент прямоугольности нетекстурированных магнитномягких материалов / В. Р. Абельс // Физика металлов и металловедение. — 1970. — Т. 30, вып. 2. — С. 303–308.

214. Влияние формы и ориентации пор на внутренний коэффициент размагничивания пористых магнитных материалов / Э. С. Горкунов [и др.] // Дефектоскопия. — 2001. — № 3. — С. 31–37.

215. Внутренний коэффициент размагничивания пористых ферромагнетиков при перемагничивании / Э. С. Горкунов [и др.] // Дефектоскопия. — 2004. — № 1. — С. 3–11.

216. Горкунов, Э. С. Коэффициенты размагничивания тел из пористых ферромагнитных материалов / Э. С. Горкунов, А. И. Ульянов, В. А. Захаров // Дефектоскопия. — 1997. — № 9. — С. 28–31.

217. Карамара, А. Проблемы, связанные с практическим применением магнитных методов контроля влияния термической обработки / А. Карамара, Я. Рутковский // 30-й Международный конгресс литейщиков. — М.: Машиностроение, 1967. — С. 169–190.

218. Вонсовский, С. В. Магнитный структурный анализ / С. В. Вонсовский, М. Н. Михеев // Заводская лаборатория. — 1957. — № 10. — С. 1221–1226.

219. Сандомирский, С. Г. Оценка максимальной магнитной проницаемости сталей по коэрцитивной силе / С. Г. Сандомирский // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. — 2011. — № 3. — С. 35–38.

220. Довгалецкий, Я. М. Чугуны с особыми свойствами / Я. М. Довгалецкий. — М.: Гос. науч.-техн. изд-во по черной металлургии, 1957. — С. 7–17.

221. Карамара, А. Основные положения магнитных методов контроля состояния и качества чугунных отливок / А. Карамара // 25-й Международный конгресс литейщиков. — М., 1961. — С. 454–475.

222. Ивлев, В. А. Магнитные методы и приборы контроля структур отливок из чугуна с шаровидным графитом / В. А. Ивлев, И. И. Костецкий // Дефектоскопия. — 1965. — № 3. — С. 43–53.

223. Русин, П. И. Магнитные и электрические свойства термически обработанного ковкого чугуна / П. И. Русин, Л. А. Гофман // Дефектоскопия. — 1967. — № 5. — С. 58–64.

224. Русин, П. И. Магнитная структуроскопия термически обработанного чугуна / П. И. Русин, Л. А. Гофман, М. А. Капустянский. — Ростов н/Д: Ростов. ун-т, 1978. — 141 с.

225. Мельгуй, М. А. Экспериментальная проверка аналитических выражений для нелинейных свойств ферромагнитных материалов / М. А. Мельгуй, Э. А. Шидловская // Дефектоскопия. — 1987. — № 11. — С. 10–18.

226. Сандомирский, С. Г. Анализ структурной и фазовой чувствительности коэрцитивной силы частных петель гистерезиса сталей / С. Г. Сандомирский // Металлы. — 2014. — № 2. — С. 37–43.

227. Способ измерения коэрцитивной силы материала движущихся малогабаритных ферромагнитных изделий: а. с. СССР № 1206337, МКИ⁴ G01 R 33/12 / С. Г. Сандомирский [и др.]; Ин-т прикладной физики АН БССР. — № 3708626; заявл. 11.03.84; опубл. 23.01.86 // Открытия. Изобрет. — 1986. — № 3. — С. 181.

228. Способ электромагнитного контроля механических свойств движущихся малогабаритных ферромагнитных изделий: а. с. СССР № 1118906, МКИ³ G01 N 27/80 / С. Г. Сандомирский, М. А. Мельгуй, Н. К. Трусов; Ин-т прикладной физики АН БССР. — № 3625164; заявл. 19.07.83; опубл. 15.10.84 // Открытия. Изобрет. — 1984. — № 38. — С. 113.

229. Сандомирский С. Г. Устройство для электромагнитного контроля механических свойств движущихся малогабаритных ферромагнитных изделий: а. с. СССР № 1173293, МКИ⁴ G01 N 27/80 / С. Г. Сандомирский; Ин-т прикладной физики АН БССР. — № 3706703; заявл. 28.02.84; опубл. 15.08.85 // Открытия. Изобрет. — 1985. — № 30. — С. 175.

230. Сандомирский, С. Г. Оптимизация конфигурации намагничивающего поля в аппаратах магнитного контроля движущихся ферромагнитных изделий / С. Г. Сандомирский, М. А. Мельгуй, Е. Г. Сандомирская // Дефектоскопия. — 1990. — № 3. — С. 19–24.

231. Способ измерения коэрцитивной силы материала движущихся малогабаритных ферромагнитных изделий: а. с. СССР № 1504638, МКИ G01 R 33/12 / А. И. Ульянов, Э. С. Горкунов, А. В. Загайнов; Физико-технический ин-т со специальным конструкторским бюро и опытным производством Урал. отд-ния АН СССР. — № 4326412; заявл. 12.11.87; опубл. 30.08.89 // Открытия. Изобрет. — 1989. — № 32. — С. 210.

232. Андриевский, Е. А. Влияние относительных размеров образца на результат измерения коэрцитивной силы в разомкнутой цепи / Е. А. Андриевский, Л. Н. Лесник, Я. Ф. Непокрый // Проблемы технической электродинамики. — Киев: Навук. думка, 1970. — Вып. 23. — С. 106–110.

233. Матюк, В. Ф. Определение магнитных свойств ферромагнитных материалов по их измерению на изделиях конечных размеров с целью прогнозирования прочностных свойств / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов // Актуальные проблемы прочности: материалы XLVI Междунар. конф. — Витебск: Беларусь. — 2007. — Ч. 1. — С. 130–136.

234. Морозова, В. М. Магнитные и электрические свойства закаленных и отпущенных углеродистых сталей / В. М. Морозова, М. Н. Михеев // Об электромагнитных методах контроля качества изделий: сборник // Труды Ин-та физики металлов АН СССР. — 1965. — Вып. 24. — С. 26–35.

235. Сандомирский, С. Г. Использование связей между магнитными параметрами для оценки влияния режимов закалки углеродистых сталей на их остаточную намагниченность / С. Г. Сандомирский // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. — 2011. — Т. 77, № 12. — С. 33–37.

236. Мельгуй, М. А. Контроль механических свойств листового проката сталей магнитным методом / М. А. Мельгуй, А. А. Востриков, А. А. Збровский // Дефектоскопия. – 1971. – № 3. – С. 10–15.

237. Мельгуй, М. А. Неразрушающий контроль качества отжига тонколистовой стали 65Г / М. А. Мельгуй, Э. А. Шидловская // Новые физические методы и средства контроля промышленных изделий: тез. докл. Второй белорусской респ. науч.-техн. конф., 27–28 сент. 1978 г. – Минск, 1978. – С. 30–35.

238. Шидловская, Э. А. Контроль отжига холоднодеформированных листовых сталей / Э. А. Шидловская // Физические свойства металлов и проблемы неразрушающего контроля: сборник. – Минск: Наука и техника, 1978. – С. 89–93.

239. Ошкурков, П. Ферромагнитный цилиндр в постоянном магнитном поле / П. Ошкурков, В. Кашеев, Л. Честных // Изв. АН Латвийской ССР. – 1960. – № 8 (157). – С. 63–72.

240. Бурцев, Г. А. О коммутационных кривых намагничивания стержней конечной длины из ферромагнетика с высокой магнитной проницаемостью / Г. А. Бурцев, Э. Э. Федорищева // Дефектоскопия. – 1970. – № 6. – С. 120–125.

241. Зубко, С. А. Преобразователь для измерения потока магнитной индукции в поперечном сечении вибрирующих ферромагнитных стержней. II. Эксперимент / С. А. Зубко, В. Н. Кулагин, Н. К. Трусов // Весці АН БССР. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 1983. – № 3. – С. 90–94.

242. Мельгуй, М. А. Установка для измерения динамических и квазистатических магнитных характеристик / М. А. Мельгуй, А. А. Осипов // Дефектоскопия. – 1991. – № 3. – С. 34–39.

243. Трусов, Н. К. Расчет напряженности размагничивающего поля ферромагнитного полого цилиндра в продольном постоянном магнитном поле / Н. К. Трусов, В. Н. Кулагин // Весці АН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 1996. – № 4. – С. 64–67.

244. Матюк, В. Ф. Описание процесса намагничивания полых цилиндрических стержней из магнитомягких материалов в однородном квазистатическом магнитном поле соленоида. Основная кривая намагничивания / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов, А. В. Стрелюхин // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 2008. – № 1. – С. 31–34.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение. Определения магнитных параметров и магнитных постоянных ферромагнитных материалов и тел	7
<i>Глава 1. Физические предпосылки использования размагничивающего фактора ферромагнитных тел для определения их намагниченности.</i>	16
1.1. Методики и погрешности экспериментального определения размагничивающего фактора.	17
1.2. Определение намагниченности ферромагнитного тела с использованием его размагничивающего фактора.	24
1.2.1. Теория магнитной поляризации тела. Поляризация эллипсоида	24
1.2.2. Дополнительное поле	26
1.2.3. Намагничивание вещества и тела	30
1.2.4. Способ «магнитной цепи».	32
1.2.5. Магнитные коэффициенты вещества и материала	33
1.2.6. Магнитные коэффициенты тела и формы	34
1.3. Расчет и анализ размагничивающих факторов эллипсоидов.	36
1.3.1. Схема вывода общих формул для размагничивающих факторов эллипсоида	36
1.3.2. Выражения размагничивающих факторов эллипсоидов через нормальные эллиптические интегралы	39
1.3.3. Размагничивающие факторы эллипсоидов вращения ...	41
<i>Глава 2. Интерполяционные формулы для расчета размагничивающего фактора цилиндров и призм.</i>	44
2.1. Размагничивающие факторы цилиндра	44
2.2. Интерполяционная формула для расчета размагничивающего фактора цилиндров из материала с высокой магнитной проницаемостью.	46
2.3. Анализ влияния магнитной восприимчивости материала цилиндров на их размагничивающий фактор	54
2.4. Формулы для расчета размагничивающего фактора призм	69

Глава 3. Интерполяционные формулы для расчета размагничивающего фактора полых цилиндров	74		
3.1. Интерполяционные формулы для расчета размагничивающего фактора полых цилиндров, намагничиваемых параллельно образующей	74		
3.2. Интерполяционная формула для расчета размагничивающего фактора коротких полых цилиндров, намагниченных вдоль образующей	80		
3.3. Анализ интерполяционных формул для расчета размагничивающего фактора N_d полых цилиндров, намагниченных ортогонально образующей	84		
3.3.1. Анализ формул для расчета N_d полых цилиндров и результатов его измерения	85		
3.3.2. Формула для расчета N_d полых цилиндров во всем диапазоне изменения их размеров	91		
3.3.3. Расчет коэффициента экранирования полого цилиндра по его размагничивающему фактору	93		
3.3.4. Сравнение размагничивающих факторов сплошных и полых цилиндров при намагничивании параллельно и ортогонально образующей	95		
3.3.5. Выводы и рекомендации	97		
Глава 4. Использование результатов расчета размагничивающего фактора ферромагнитных тел в магнитном структурном анализе	99		
4.1. Расчет и анализ остаточной намагниченности ферромагнитного тела	102		
4.1.1. Анализ формул для расчета остаточной намагниченности ферромагнитного тела после намагничивания до технического насыщения	103		
4.1.2. Чувствительность остаточной намагниченности ферромагнитного тела к его размерам и магнитным параметрам материала	109		
4.1.3. Оценка остаточной намагниченности изделий с малым размагничивающим фактором по коэрцитивной силе	113		
4.1.4. Анализ влияния магнитных свойств материала стального стержня на продольное распределение остаточной намагниченности и размагничивающего поля	119		
4.1.5. Особенности формирования остаточной намагниченности цилиндров неоднородного сечения	125		
4.2. Расчет и анализ параметров предельной петли гистерезиса и основной кривой намагничивания ферромагнитного тела	131		
4.2.1. Формула для расчета предельной петли гистерезиса ферромагнитного тела	132		
		4.2.2. Анализ влияния нелинейности зависимости намагниченности в теле после намагничивания от действующего на тело магнитного поля	136
		4.2.3. Расчет и анализ релаксационной коэрцитивной силы H_{re} ферромагнитного тела	138
		4.2.3.1. Анализ известных формул для расчета H_{re}	139
		4.2.3.2. Разработка формулы для расчета релаксационной коэрцитивной силы H_{re} ферромагнитного тела	140
		4.2.3.3. Анализ структурной и фазовой чувствительности релаксационной коэрцитивной силы ферромагнитного тела	145
		4.2.4. Расчет максимальной магнитной проницаемости ферромагнитного тела по его размагничивающему фактору и параметрам предельной петли гистерезиса	153
		4.3. Анализ внутреннего размагничивающего фактора чугунов	161
		4.3.1. Оценка внутреннего коэффициента размагничивания серого и высокопрочного чугунов по результатам измерения их остаточной намагниченности	161
		4.3.2. Оценка максимальной магнитной проницаемости чугунов по коэрцитивной силе	170
Глава 5. Особенности измерения магнитных параметров материала в открытой магнитной цепи	183		
		5.1. Выбор напряженности намагничивающего поля для намагничивания ферромагнитного тела до технического насыщения с заданной погрешностью	183
		5.2. Селективное измерение коэрцитивной силы движущихся изделий	189
		5.3. Анализ связи между коэрцитивной силой ферромагнитного тела по индукции и по намагниченности	195
		5.4. О невозможности расчета остаточной намагниченности ферромагнитного материала по результату измерения магнитных свойств тела в открытой магнитной цепи	198
		5.5. Анализ погрешности определения магнитной проницаемости ферромагнитного материала в открытой магнитной цепи	200
		5.6. Анализ распределения намагниченности вдоль стержней из материала с высокой магнитной восприимчивостью	210
		5.7. Особенности измерения намагниченности полых цилиндров индукционными преобразователями	215
Заключение			222
Литература			224

Научное издание

Сандомирский Сергей Григорьевич

**РАСЧЕТ И АНАЛИЗ
РАЗМАГНИЧИВАЮЩЕГО ФАКТОРА
ФЕРРОМАГНИТНЫХ ТЕЛ**

Редактор *И. Л. Дмитриенко*

Художественный редактор *Д. А. Комлев*

Технический редактор *О. А. Толстая*

Компьютерная верстка *С. Н. Костюк*

Подписано в печать 16.06.2015. Формат 60 × 84^{1/16}. Бумага офсетная.

Печать цифровая. Усл. печ. л. 14,2. Уч.-изд. л. 11,3.

Тираж 120 экз. Заказ 99.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом
«Беларуская навука». Свидетельство о государственной регистрации издате-
ля, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/18
от 02.08.2013. Ул. Ф. Скорины, 40, 220141, г. Минск.